〔論　文〕

# サスペンション・ステアリング幾何の計算法に関する考察

森　　和典*1

# Consideration on Geometry Calculation Method of Automotive Suspension and Steering Systems

Kazunori MORI*1

**Abstract**

The geometry of suspension/steering link is an important characteristic that greatly influences the maneuverability and stability of a vehicle. Using the double wishbone type suspension as a model, this paper introduces a method for calculating suspension/steering geometry using expressions derived directly from the kinematics of mechanism theory. The geometry calculation and the calculation of various suspension characteristics were performed with a calculating program created using MATLAB language, taking into consideration its application to the control system design. By investigating the influence that the method of this geometry exerts on other geometry characteristics, the analytical calculation confirms that “offset caster” geometry can coexist the improvement of the camber angle characteristics under cornering behavior and the decrease of the caster trail easily.

**Key Words**：Suspension, Steering, Geometry, Calculation, Mechanism, Vehicle Dynamics, Maneuverability, Stability

## 1．まえがき

サスペンションおよびステアリング・リンクのジオメトリは，車両運動性能を左右する重要な諸元・特性である[(1)]．車両を身体に例えるならば，ジオメトリは手足の骨格と関節部分の構成，配置，寸法に当たり，車両内の各種搭載装置のレイアウトや自動車の運動性能に大きな影響を及ぼすために開発設計の初期段階に決定される．

計算機や応用ソフトが飛躍に発展した昨今では，ジオメトリ計算は汎用運動・機構解析ソフトや３D-CAD を利用して行う（以下：方法Ａと呼ぶ）ことが可能になっている[(2)～(5)]．方法Ａは，ディスプレイ上の単純な入力操作のみで簡単に計算結果を出力できるという大きな長所がある．しかし，次のような短所も存在する．①ソフト自体が高価で計算時間が長い．計算時間を短くするためには高速・高価な計算機が必要である．②アルゴリズムやプログラムはブラックボックス化されていて，計算結果の検証が難しい．③プログラムを容易に変更できないため，様々なサスペンション特性の計算とジオメトリ計算とを同時に実行することが困難な場合がある．

一方で，従来から実施されているような，機構学理論から導出された数式を直接用いてジオメトリを計算する方法（方法Ｂと呼ぶ）は，上述の方法Ａの短所が無く，技術計算用としてよく知られたプログラム言語を使用すれば，拡張性を高めることができる．しかし，この方法は，関連する機構学を理解してアルゴリズムを構築しなければならず，プログラムの作成が煩雑という短所が存在する．

さらに，方法Ａは，機構学や方法Ｂの理論を理解した上で使用する場合に極めて有力なツールとなり得る．しかし，例えば初心者がいきなり方法Ａを使用すると，計算データの入力操作が簡単なために直感のみに頼りすぎて，機構要素の選択ミスや出力結果の正否判断ができないなど使用上の不都合を生じやすい．

方法Ｂは，数式を導いたりアルゴリズムやプログラムを作成する段階で，リンク機構等に関する論理的思考と理解とが深まるために，新機構や機構の改善に際してのアイデア創出にも繋がりやすいと思われる．学生や技術者に対する教育的な利用価値も高い．

*1 交通機械工学科
* 原稿受付　2013年11月６日

以上のように，方法Aと方法Bは一長一短がある．そこで，自動車開発の現場においては，開発初期段階で方法Bを，中後期段階に詳細解析を行う必要がある場合は方法Aをと，両者の使い分けを行うことが望ましいと考えられる．

これまでも，サスペンション機構のジオメトリが車両の操縦性安定性[6]～[10]やうねり路旋回性[11]，ハーシュネスに及ぼす影響などを解析した文献は数多い．サスペンションの特性計算では，方法Aを用いたり[12]，サスペンションを簡易モデルに置き換えて計算[13][14]を行っているが，ジオメトリの計算方法自体に関する説明は省略されている．また，方法Bの理論計算は古い問題であるにも関わらず公表された文献等は見当たらないようである．

そこで，本報では，代表的な型式であるダブルウィッシュボーン式サスペンションを取り上げて，機構学理論から導出した数式を直接用いてジオメトリを計算する方法を明示する．次に，ジオメトリとサスペンション諸特性の計算は，計算プログラムの拡張性に配慮して制御系設計など様々な科学技術分野の計算に多用されている MATLAB 言語を使用してプログラミングを行う．サスペンション・ステアリング幾何は，車両の開発設計段階において車両レイアウトに配慮しながら目標特性に近づくように設計的経験と試行錯誤により決定されており，設計者は多大な時間と労力を要している．そこで，MATLAB を用いた簡易なジオメトリ計算プログラムを構築すれば，今後の研究の展開として，提案の計算プログラムはサスペンション・ステアリング幾何決定の自動化研究にも有効なツールになると思われる．また，サスペンションやステアリング幾何を考慮した新らたな車両運動制御などを検討することが容易になる．

さらに，方法Bを用いた解析例として，車両側面の投影図においてキングピン軸線を車軸中心からオフセットして配置する「オフセット・キャスタ」ジオメトリの方式が他のジオメトリ特性に及ぼす影響を調べる．その結果，旋回時のキャンバ角特性の改善とキャスタートレール低減の両立が容易に図れることを確認したので併せて報告する．

## 2．記号の説明

ダブルウィッシュボーン式フロントサスペンションと R&P 式ステアリングを構成する各ピボット位置，主な寸法・角度およびホイールアライメント特性などを表す記号とその説明の一覧を示す．［　］内は，計算に用いる座標値および寸法・角度の初期値である．数値に関する説明は，第 4 章にて後述する．

$A_L$：rear pivot of lower arm［325, 190, －80→－85］
$A_U$：rear pivot of upper arm［485, 205, 275］
$B_L$：lower arm ball joint［700, －10→10, －100］
$B_U$：upper arm ball joint［635, 35→55, 325］
$C_L$：front pivot of lower arm［325, －210, －95→－105］
$C_U$：front pivot of upper arm［410, －25, 305］
SW：spindle length --- distance from W' to W［100］
W'：cross point of king pin axis and spindle axis［670, 0, －1. 745］
W：wheel center
K：knuckle arm ball joint［685, 100, －25］
Q：outer side ball joint of drive shaft, arbitrary point on knuckle arm
$S_B$：tie rod− inner ball joint［365, 125, －23. 5→－29. 5］
$E_U$：installation position (body side) of damper and spring［525, 60, 520］
$E_L$：installation position (lower arm side) of damper and spring［650, －10, －75］
F：arbitrary point on lower arm
R：road contact point of tire
$D_T$：tire diameter［628］
$R_T$：tire efficient radius［285］
$r_{SC}$：scrub radius
$t_c$：caster trail
$t_{in0}$，$t_{in}$：initial toe-in value,toe−in value
$t_{rd}$，$t_s$：tread,tire scuff
$x_{rs}$：rack stroke
$\alpha_0$，$\alpha$：initial toe angle［0°］，toe angle
$\gamma_0$，$\gamma$：initial camber angle [−1°], camber angle
$\xi$：caster angle
$\eta$：king-pin inclination angle
$\rho$：lever ratio

## 3．理論計算式の導出

### 3・1　計算モデル

**図 1** [15]は，後輪駆動の乗用車用ダブルウィッシュボーン式フロントサスペンションを示す．スプリングとショックアブソーバの取り付けは，一般的な乗用車に用いられる方式を取り上げる．また，ステアリング装置はラック・アンド・ピニオン式（R&P type）とする．

**図 2** は，サスペンションを可動部ごとに三角形に分割した図である．*O-XYZ* は，車体に固定した座標系で基準座標

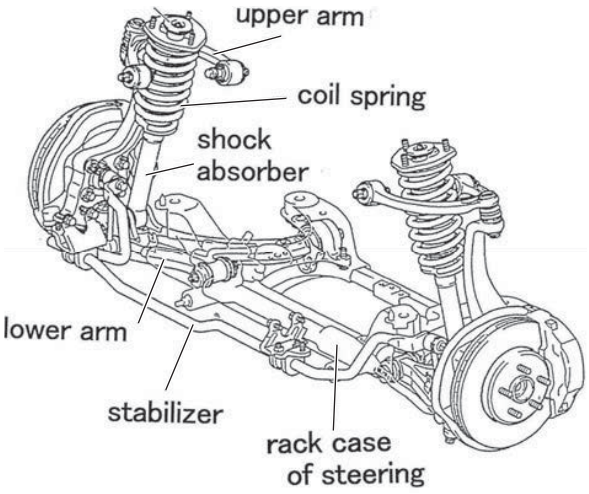


Fig.1 Double wishbone type front suspension

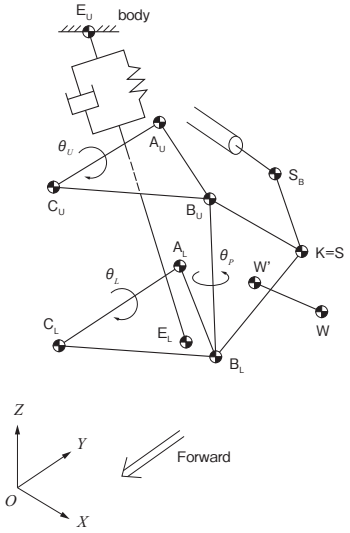


Fig.2 Mechanism analysis model

系とする．原点 $O$ は，車両の正面図において，車体の左右対称面を意味する中心線上に設定する．$X$，$Y$，$Z$ 軸は，それぞれ左，後，上方向を正とする．

以下，図 2 を用いてサスペンションとステアリング・ジオメトリの計算手順を概説する．

①ダブルウィッシュボーン・サスペンションは，ロアアームの△$A_LB_LC_L$，アッパーアームの△$A_UB_UC_U$ およびナックルアームのボールジョイント（以下，B/J と記す）点 K と各アームの B/J の 3 点が張る△$KB_UB_L$ の 3 個の三角形平面から構成されている．そこで，ロアアームの回転軸 $A_LC_L$ 回りに点 $B_L$ を角度 $\theta_L$ 回転させる．この $\theta_L$ を計算時のパラメータとする．

②ロアアームの動きに伴い，アッパーアームは回転軸 $A_UC_U$ 回りに角度 $\theta_U$ 回転すると仮定する．$B_LB_U$ の長さは $\theta_U$ の関数で表されるため，キングピン軸に相当する $B_LB_U$ の長さ $L$ が常に一定であるという条件を用いれば，$\theta_U$ は近似解法を用いて求めることができる．

③次に，△$KB_UB_L$ の点 K は回転軸 $B_LB_U$ 回りに角度 $\theta_P$ 回転すると仮定する．点 K と点 SB 間の長さは $\theta_P$ の関数で表されるため，ステアリングのサイドロッド長さに相当する K・SB 間の距離 $l_T$ が常に一定であるという条件を用いれば，$\theta_P$ は近似解法により求めることができる．

④ベクトル W'W はスピンドル軸方向を示す．スピンドル軸は△$KB_UB_L$ に固定されているため，車体固定座標系に関する△$KB_UB_L$ の位置と姿勢角が決まれば，スピンドル軸の位置と姿勢角も定まる．したがって，点 W において，この軸に直角に取り付けられたタイヤの位置と姿勢角が計算できる．さらに，上記手順の中で既に各 B/J の位置は求められるため，トー角，キャンバ角を始めとするホイールアライメントなどの様々なサスペンション特性が計算可能になる．

ステアリング操舵時のジオメトリ（ステアリング・ジオメトリ）の計算手順を以下に示す．

ステアリングホイールを回転させると，ステアリングのラックが左右方向に動くため，ステアリング・ジオメトリ計算は，まずタイロッドの内側 B/J である点 SB の $X$ 座標をパラメータとして変化させて行う．この後の手順は，前述の①～④と同じである．

なお，3 - 2 節以降では，可動ピボットの座標の初期値は，第 2 章に記した座標記号の添字に 0 を付加して区別する．

### 3・2　ロアアーム

**図 3** は，ロアアーム△$A_LB_LC_L$ の部品座標系 $o'_L$–$x'_Ly'_Lz'_L$ を示す．$o'_L$–$x'_Ly'_Lz'_L$ 系は基準座標系 $O$-$XYZ$ を平行移動し，原点を点 $C_L$ とした座標系である．いま，任意の点を P とすると，図 3 で示されるように，ベクトル $OP$ はベクトル $OO'_L$ とベクトル $O'_LP$ の和だから，

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{CL} \\ Y_{CL} \\ Z_{CL} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x'_L \\ y'_L \\ z'_L \end{bmatrix} \tag{1}$$

の関係が成立する．式(1)の左辺は点 P の $O$-$XYZ$ 系に関する座標，右辺の第 1 項は点 $C_L$（原点 $O'_L$）の $O$-$XYZ$ 系に関

する座標，および第２項は点Ｐの $o'_L$–$x'_L y'_L z'_L$ 系に関する座標である．したがって，式(1)より式(2)が得られる．

$$\begin{bmatrix} x'_L \\ y'_L \\ z'_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X - X_{CL} \\ Y - Y_{CL} \\ Z - Z_{CL} \end{bmatrix} \tag{2}$$

次に，ロアアーム上の任意点の位置が容易に計算できるように，$o'_L$–$x'_L y'_L z'_L$ 系を回転させて新たな座標系に変換する．ロアアーム△$A_L B_L C_L$ がこの座標系の２つの座標軸が張る平面上に存するように座標変換を行い，変換行列はオイラー角を用いて表す．

**図 4** には，座標変換で導出した $o'_L$–$x'_{2L} y'_{2L} z'_{2L}$ 系と，その導出過程の座標系およびオイラー角を $\alpha_L$，$\beta_L$ を記す．まず，$o'_L$–$x'_L y'_L z'_L$ 系を $z'_L$ 軸回りに $\alpha_L$ 回転させた座標系 $o'_L$–$x'_{1L} y'_{1L} z'_{1L}$ をとする．

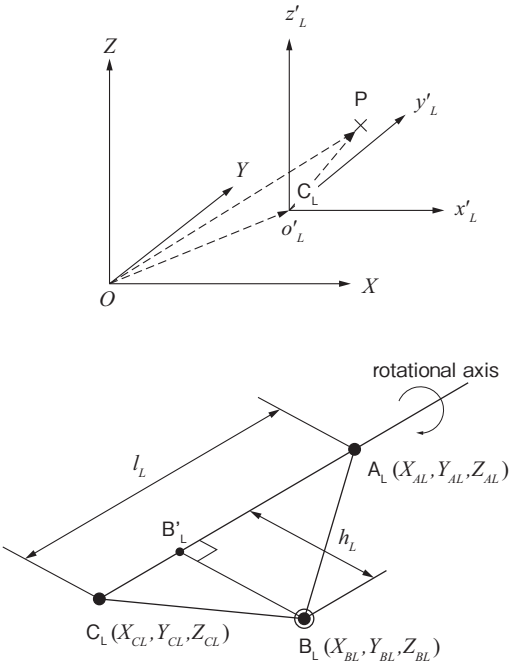


Fig.3 Coordinate systems and sizes of lower arm

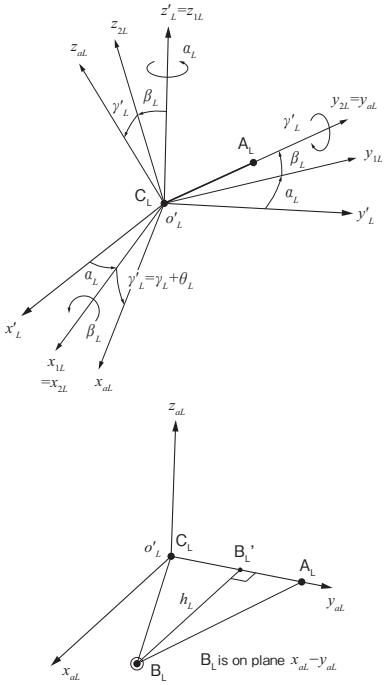


Fig.4 Transformation of coordinate systems for lower arm

次に $o'_L$–$x'_{1L} y'_{1L} z'_{1L}$ 系を $x_{1L}$ 軸回りに $\beta_L$ 回転させた座標系を $o'_L$–$x'_{2L} y'_{2L} z'_{2L}$ とする．この時，点 $A_L$ が $y_{2L}$ 軸上となるように定める．以上の関係を式で表す．

$$\begin{bmatrix} x'_L \\ y'_L \\ z'_L \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{\alpha L} \mathbf{R}_{\beta L} \begin{bmatrix} x_{2L} \\ y_{2L} \\ z_{2L} \end{bmatrix} \tag{3}$$

ただし，

$$\mathbf{R}_{\alpha L} = \mathbf{R}(z'_L = z_{1L}, \alpha_L) = \begin{bmatrix} \cos\alpha_L & -\sin\alpha_L & 0 \\ \sin\alpha_L & \cos\alpha_L & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\beta L} = \mathbf{R}(x_{1L} = x_{2L}, \beta_L) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta_L & -\sin\beta_L \\ 0 & \sin\beta_L & \cos\beta_L \end{bmatrix}$$

点 $A_L$ は $y_{2L}$ 軸上にあるから，$[x_{2LAL} \quad y_{2LAL} \quad z_{2LAL}] = [0 \quad l_L \quad 0]$ となる．
したがって，式(3)を用いて点 $A_L$ の座標を表すと，

$$\begin{bmatrix} x'_{LAL} \\ y'_{LAL} \\ z'_{LAL} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{\alpha L} \mathbf{R}_{\beta L} \begin{bmatrix} 0 \\ l_L \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_L \sin\alpha_L \cos\beta_L \\ l_L \cos\alpha_L \cos\beta_L \\ l_L \sin\beta_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{AL} - X_{CL} \\ Y_{AL} - Y_{CL} \\ Z_{AL} - Z_{CL} \end{bmatrix} \tag{4}$$

の関係が得られる．

式(4)の要素のうち，$x'_{LAL}$ と $z'_{LAL}$ の 2 つを取り上げると，

$$\begin{cases} \sin\beta_L = \dfrac{z'_{LAL}}{l_L} = \dfrac{Z_{AL}-Z_{CL}}{l_L} \\ \sin\alpha_L = -\dfrac{x'_{LAL}}{l_L\cos\beta_L} = -\dfrac{X_{AL}-X_{CL}}{l_L\cos\beta_L} \end{cases} \tag{5}$$

が与えられる．

ただし，

$$l_L = \sqrt{(X_{AL}-X_{CL})^2+(Y_{AL}-Y_{CL})^2+(Z_{AL}-Z_{CL})^2} \tag{6}$$

式(5)と式(6)より，$\alpha_L$ と $\beta_L$ が計算できる．

次に，式(3)を置換して式(2)を代入すると，

$$\begin{bmatrix} x_{2L} \\ y_{2L} \\ z_{2L} \end{bmatrix} = {}^T\mathbf{R}_{\beta L}\,{}^T\mathbf{R}_{\alpha L} \begin{bmatrix} X-X_{CL} \\ Y-Y_{CL} \\ Z-Z_{CL} \end{bmatrix} \tag{7}$$

が得られる．

ロアアームの B/J ピボットである点 $B_L$ より遥動軸 $C_LA_L$ に垂線を下ろしたとき，垂線の足を点 $B_L$'とし，垂線の長さ $h_L$ をとする．$h_L$ は点 $B_L$ の遥動半径を意味する．

式(7)を用いて，$o'_L$–$x_{2L}y_{2L}z_{2L}$ 系に関する点 $B_L$ の初期位置と点 $B_L$'の座標を求める．

点 $B_L$ の初期位置：

$$\begin{bmatrix} x_{2LBL0} \\ y_{2LBL0} \\ z_{2LBL0} \end{bmatrix} = {}^T\mathbf{R}_{\beta L}\,{}^T\mathbf{R}_{\alpha L} \begin{bmatrix} X_{BL0}-X_{CL} \\ Y_{BL0}-Y_{CL} \\ Z_{BL0}-Z_{CL} \end{bmatrix} \tag{8}$$

点 $B_L$':

$$\begin{bmatrix} x_{2LB'L} \\ y_{2LB'L} \\ z_{2LB'L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y_{2LBL0} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

ただし，$y_{2LBLO}=y_{2LBL}$ は自明である．

また，式(1)(3)(8)および式(9)を用いて点 $B'_L$ の基準座標を導出すると次式が得られる．

$$\begin{bmatrix} X_{B'L} \\ Y_{B'L} \\ Z_{B'L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{CL} \\ Y_{CL} \\ Z_{CL} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{\alpha L}\mathbf{R}_{\beta L} \begin{bmatrix} 0 \\ y_{2LBL0} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{10}$$

式(8)を用いると，次式から $h_L$ とロワーアーム遥動角 $\gamma_L$ を計算することができる．

$$\begin{cases} h_L = \sqrt{x_{2LBL0}^2+z_{2LBL0}^2} \\ \sin\gamma_L = -\dfrac{z_{2LBL0}}{h_L},\quad \cos\gamma_L = \dfrac{x_{2LBL0}}{h_L} \end{cases} \tag{11}$$

解析計算のパラメータをロアアーム遥動角（回転角）とするとき，初期値を，$\gamma_L$ パラメータ角度を $\theta_L$ とおくと，全遥動角 $\gamma'_L$ は $\gamma'_L=\gamma_L+\theta_L$ である．

さらに，$o'_L$–$x_{2L}y_{2L}z_{2L}$ 系を $y_{2L}$ 軸回りに $\gamma'_L$ 回転させた座標系を $o'_L$–$x_{aL}y_{aL}z_{aL}$ とする．$\gamma'_L$ は，ロアアーム△$A_LB_LC_L$ が $x_{aL}$–$y_{aL}$ 平面上に位置するように定める．座標変換の式は，

$$\begin{bmatrix} x_{2L} \\ y_{2L} \\ z_{2L} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{\gamma' L} \begin{bmatrix} x_{aL} \\ y_{aL} \\ z_{aL} \end{bmatrix} \tag{12}$$

で与えられる．ただし，

$$\mathbf{R}_{\gamma' L} = \mathbf{R}(y_{2L}=y_{aL},\gamma'_L) = \begin{bmatrix} \cos\gamma'_L & 0 & \sin\gamma'_L \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\gamma'_L & 0 & \cos\gamma'_L \end{bmatrix}$$

式(3)に式(11)を代入すると，

$$\begin{bmatrix} x'_L \\ y'_L \\ z'_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X - X_{CL} \\ Y - Y_{CL} \\ Z - Z_{CL} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{aL}\mathbf{R}_{\beta L}\mathbf{R}_{\gamma' L} \begin{bmatrix} x_{aL} \\ y_{aL} \\ z_{aL} \end{bmatrix} \tag{13}$$

の関係が得られる．式(13)において，$\mathbf{E}_{a\beta\gamma' L} = \mathbf{R}_{aL}\mathbf{R}_{\beta L}\mathbf{R}_{\gamma' L}$ とすると，

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{CL} \\ Y_{CL} \\ Z_{CL} \end{bmatrix} + \mathbf{E}_{a\beta\gamma' L} \begin{bmatrix} x_{aL} \\ y_{aL} \\ z_{aL} \end{bmatrix} \tag{14}$$

ロアアーム△$A_LB_LC_L$ 上の任意の点は，部品座標$^T[x_{aL}\quad y_{aL}\quad z_{aL}]$ が与えられたとき，式(14)により基準座標が計算できる．

したがって，式(14)を用いれば，アーム遥動角が $\gamma'_L$ のときの B/J ピボットである点 $B_L$ の座標は

$$\begin{bmatrix} X_{BL} \\ Y_{BL} \\ Z_{BL} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{CL} \\ Y_{CL} \\ Z_{CL} \end{bmatrix} + \mathbf{E}_{a\beta\gamma' L} \begin{bmatrix} x_{aLBL} \\ y_{aLBL} \\ z_{aLBL} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{CL} \\ Y_{CL} \\ Z_{CL} \end{bmatrix} + \mathbf{E}_{a\beta\gamma' L} \begin{bmatrix} h_L \\ y_{2LBL0} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{15}$$

と表される．式(15)の右辺において，$h_L$ は式(11)を用いて計算し，$y_{aLBL}$ は $y_{2LBL0}$ と等しく式(8)を用いて計算できる．したがって，点 $B_L$ の基準座標は式(15)を用いて求められる．なお，$R_{\gamma' L}$ がパラメータ $\theta_L$ の関数だから，$X_{BL}$，$Y_{BL}$，$Z_{BL}$ は全て $\theta_L$ の関数である．

### 3・3　アッパーアーム

アッパーアームは，計算過程で必要となる近似計算を除けばロアアームの場合と同様の手順で各ピボット位置の座標を求めることができる．したがって，式の導出過程等が **2・2** 節と同じ箇所は説明を省略する．さらに，本節で用いる座標，行列等を表す記号は，**2・2** 節で用いた記号の添字部分の $L$ をアッパーアームを示す添字 $U$ に変更すればよい．

**図 5** は，座標変換で導出したアッパーアームの部品座標系 $o'_U$–$x_{aU}y_{aU}z_{aU}$ と，その導出過程の座標系およびオイラー角 $\alpha_U$，$\beta_U$，$\gamma'_U$ を示す．原点は点 $C_U$ として，点 $A_U$ が $y_{2U}$ 軸上に位置するようにオイラー角 $\alpha_U$，$\beta_U$ を定める．つまり，$y_{2U} = y_{aU}$ 軸が遥動軸 $C_UA_U$ となる．また，$\gamma'_U$ はアッパーアーム△$A_UB_UC_U$ が $x_{aU}-y_{aU}$ 平面上に存在するように決定する．

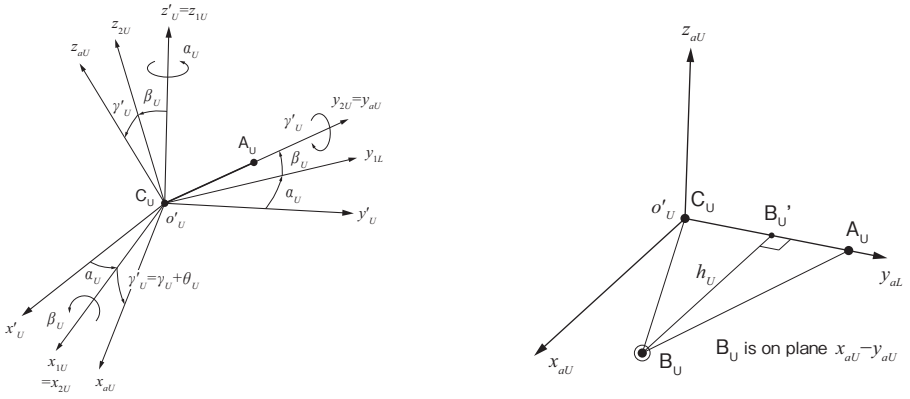


Fig.5 Transformation of coordinate systems for upper arm

$\gamma'_U$ は全遥動角を表し，初期値を $\gamma_U$，変動角を $\theta_U$ とすると，$\gamma'_U = \gamma_U + \theta_U$ の関係がある．

遥動軸 $C_UA_U$ の長さ $l_U$ とオイラー角 $\alpha_U$，$\beta_U$ は次式で表される．

$$l_U = \sqrt{(X_{AU} - X_{CU})^2 + (Y_{AU} - Y_{CU})^2 + (Z_{AU} - Z_{CU})^2} \tag{16}$$

$$\begin{cases} \sin\beta_U = \dfrac{z'_{UAU}}{l_U} = \dfrac{Z_{AU} - Z_{CU}}{l_U} \\ \sin\alpha_U = -\dfrac{x'_{UAU}}{l_U \cos\beta_U} = -\dfrac{X_{AU} - X_{CU}}{l_U \cos\beta_U} \end{cases} \tag{17}$$

アッパーアームの B/J ピボット $B_U$ より遥動軸 $C_UA_U$ に垂線を下ろしたとき，垂線の足を点 $B_U$'とし，垂線の長さを $h_U$ とする．

$o'_U$–$x_{2U}y_{2U}z_{2U}$ 系に関する点 $B_U$ の初期位置と，基準座標系に関する点 $B_U$'座標は次のようになる．

点 $B_U$ の初期位置：

$$\begin{bmatrix} x_{2UBU0} \\ y_{2UBU0} \\ z_{2UBU0} \end{bmatrix} = {}^{T}\mathbf{R}_{\beta U}\,{}^{T}\mathbf{R}_{\alpha U} \begin{bmatrix} X_{BU0} - X_{CU} \\ Y_{BU0} - Y_{CU} \\ Z_{BU0} - Z_{CU} \end{bmatrix} \tag{18}$$

ただし，$y_{2UBU0} = y_{2UBU}$ である．

点 $B_U$'：

$$\begin{bmatrix} X_{B'U} \\ Y_{B'U} \\ Z_{B'U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{CU} \\ Y_{CU} \\ Z_{CU} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{\alpha U}\mathbf{R}_{\beta U} \begin{bmatrix} 0 \\ y_{2UBU0} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{19}$$

$h_U$ とオイラー角 $\gamma_U$ は次式で表される．

$$\begin{cases} h_U = \sqrt{x_{2UBU0}^2 + z_{2UBU0}^2} \\ \sin\gamma_U = -\dfrac{z_{2UBU0}}{h_U}, \quad \cos\gamma_U = \dfrac{x_{2UBU0}}{h_U} \end{cases} \tag{20}$$

アッパーアーム△$A_UB_UC_U$ 上の任意の点は，部品座標 ${}^{T}[x_{aU} \quad y_{aU} \quad z_{aU}]$ が与えられたとき，下記の式(21)より基準座標が計算できる．

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{CU} \\ Y_{CU} \\ Z_{CU} \end{bmatrix} + \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' U} \begin{bmatrix} x_{aU} \\ y_{aU} \\ z_{aU} \end{bmatrix} \tag{21}$$

ただし，$\mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' U} = \mathbf{R}_{\alpha U}\mathbf{R}_{\beta U}\mathbf{R}_{\gamma' U}$ である．座標変換行列は，

$$\mathbf{R}_{\alpha U} = \mathbf{R}(z'_U = z_{1U}, \alpha_U) = \begin{bmatrix} \cos\alpha_U & -\sin\alpha_U & 0 \\ \sin\alpha_U & \cos\alpha_U & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\beta U} = \mathbf{R}(x_{1U} = x_{2U}, \beta_U) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta_U & -\sin\beta_U \\ 0 & \sin\beta_U & \cos\beta_U \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\gamma' U} = \mathbf{R}(y_{2U} = y_{aU}, \gamma'_U) = \begin{bmatrix} \cos\gamma'_U & 0 & \sin\gamma'_U \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\gamma'_U & 0 & \cos\gamma'_U \end{bmatrix}$$

したがって，式(21)を用いれば，アーム遥動角が $\gamma'_U$ のときの B/J ピボット $B_U$ の基準座標を求めることができる．

$$\begin{bmatrix} X_{BU} \\ Y_{BU} \\ Z_{BU} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{CU} \\ Y_{CU} \\ Z_{CU} \end{bmatrix} + \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' U} \begin{bmatrix} x_{aUBU} \\ y_{aUBU} \\ z_{aUBU} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{CU} \\ Y_{CU} \\ Z_{CU} \end{bmatrix} + \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' U} \begin{bmatrix} h_U \\ y_{2UBU0} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{22}$$

$R_{\gamma' U}$ が $\theta_U$ の関数だから，$X_{BU}$，$Y_{BU}$，$Z_{BU}$ は全て $\theta_U$ の関数となる．

ロアアームとアッパーアームの B/J 間の距離 $L$ はハウジング高さを意味し，一定値である．

$$L = \sqrt{(X_{BU0} - X_{BL0})^2 + (Y_{BU0} - Y_{BL0})^2 + (Z_{BU0} - Z_{BL0})^2} \tag{23}$$

パラメータの $\theta_L$ を変化させると，それに対応して $\theta_U$ が変化する．そこで，$\theta_L$ が与えられたとき，$\theta_U$ は近似解法を用いて計算する．

点 $B_U$ と点 $B_L$ 間の距離を $L_n(\theta_U)$ とすると，

$$L_n(\theta_U) = \sqrt{\{X_{BU}(\theta_U) - X_{BL}\}^2 + \{Y_{BU}(\theta_U) - Y_{BL}\}^2 + \{Z_{BU}(\theta_U) - Z_{BL}\}^2} \tag{24}$$

となる．そこで，

$$f(\theta_U) = L_n(\theta_U) - L \tag{25}$$

と定義すると，$f(\theta_U) = 0$ を満足する $\theta_U$ を求める問題に帰着する．

近似解法の一例として，Newton-Raphson 法を用いた計算手順を記す．

① $\theta_U(1)=\theta_{U0}$とおく．初期値は $\theta_{U0}=0$ でも可．

② $\theta_U(n+1)=\theta_U(n)-\dfrac{f\{\theta_U(n)\}}{f'\{\theta_U(n)\}}$を計算する．

③ $|\theta_U(n+1)-\theta_U(n)|<\varepsilon$が成立する場合は手順④へ進む．成立しない場合は，$n=n+1$ と置換して手順②へ戻る．定数 $\varepsilon$ は近似精度に影響するため，できるだけ小さい値に設定しておく．

④ $\theta_U=\theta_U(n+1)$として終了．

なお，手順②の中で微分式の部分は次のとおり．

$$f'(\theta_U)=\frac{(X_{BU}-X_{BL})\dfrac{dX_{BU}}{d\theta_U}+(Y_{BU}-Y_{BL})\dfrac{dY_{BU}}{d\theta_U}+(Z_{BU}-Z_{BL})\dfrac{dZ_{BU}}{d\theta_U}}{\sqrt{(X_{BU}-X_{BL})^2+(Y_{BU}-Y_{BL})^2+(Z_{BU}-Z_{BL})^2}}$$

$$\frac{d}{d\theta_U}\begin{bmatrix}X_{BU}\\Y_{BU}\\Z_{BU}\end{bmatrix}=\mathbf{R}_{\alpha U}\mathbf{R}_{\beta U}\frac{d\mathbf{R}_{\gamma' U}}{d\theta_U}\begin{bmatrix}h_U\\y_{2UBU0}\\0\end{bmatrix}$$

以上より，$\theta_U$ の近似解が得られると式(22)を用いて点 $B_U$ が確定する．

アッパーアームの B/J ピボット $B_U$ より遥動軸 $C_UA_U$ に垂線を下ろしたとき，垂線の足を点 $B_U$'とし，垂線の長さを $h_U$ とする．

### 3・4　ハウジング（アップライト）とステアリング系

#### 3・4・1　△$KB_UB_L$ の位置と姿勢角

**図 6** は，上下アームの B/J ピボット点 $B_L$,$B_U$ とナックルアーム B/J ピボット点 K の 3 点が張る△$KB_UB_L$ と R&P 型ステアリングのサイドロッドの関係を示す．点 K から遥動軸 $B_LB_U$ に下ろした垂線の足を点 K'，垂線の長さを $h_P$ とする．サイドロッドの外側と内側の B/J はそれぞれ点 S と点 $S_B$ とするが，点 S と点 K は同一である．サイドロッド長は $l_T$ とする．$o'_{BL}$–$x'_Py'_Pz'_P$ 系は，基準座標系 *O-XYZ* を平行移動して原点を点 $B_L$ とした部品座標系である．

**図 7** は，座標変換で導出した△$KB_UB_L$ の部品座標系 $o'_{BL}$–$x_Cy_Cz_C$ と，その導出過程の座標系およびオイラー角 $\alpha_P$，$\beta_P$，$\gamma'_P$ を示す．原点は点 $B_L$ として，点 $B_U$ が $z_{2P}$ 軸上に位置するようにオイラー角 $\alpha_P$，$\beta_P$ を定める．つまり，$z_{2P}=z_C$ 軸が遥動軸 $B_LB_U$ となる．また，$\gamma'_P$ は△$KB_UB_L$ が $y_C-z_C$ 平面上に存在するように決定する．$\gamma'_P$ は全遥動角を表し，初期値を $\gamma_P$，変動角を $\theta_P$ とすると，$\gamma'_P=\gamma_P+\theta_P$ の関係がある．

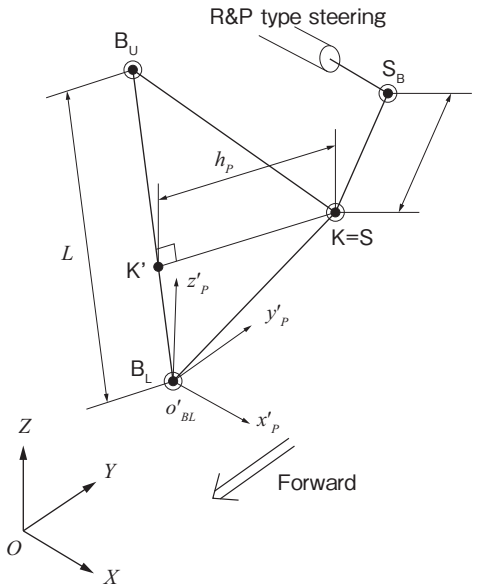


Fig.6 Coordinate systems and sizes of axle housing / steering system

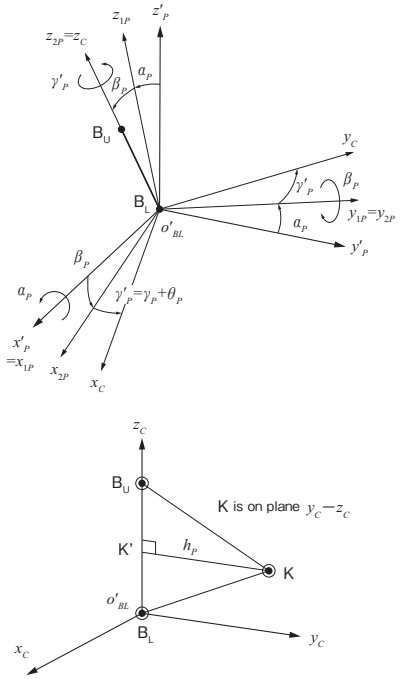


Fig.7 Transformation of coordinate systems for axle housing /steering system

遥動軸 $B_LB_U$ の長さ $L$ は式(23)により，オイラー角 $\alpha_P$，$\beta_P$ は次式で表される．

$$\begin{cases} \sin\beta_P = \dfrac{X_{BU} - X_{BL}}{L} \\ \sin\alpha_P = -\dfrac{Y_{BU} - Y_{BL}}{L\cos\beta_P} \end{cases} \tag{26}$$

なお，$\alpha_P$，$\beta_P$ の初期値 $\alpha_{P0}$，$\beta_{P0}$ も式(26)を用いて求めることができる．

$o'_{BL}$–$x_{2P}y_{2P}z_{2P}$ 系に関する点 K（または点 S）の初期位置と，基準座標系に関する点 K'座標は次のようになる．

点 K の初期位置：

$$\begin{bmatrix} x_{2PK0} \\ y_{2PK0} \\ z_{2PK0} \end{bmatrix} = {}^T\mathbf{R}_{\beta P0}\,{}^T\mathbf{R}_{\alpha P0} \begin{bmatrix} X_{K0} - X_{BL0} \\ Y_{K0} - Y_{BL0} \\ Z_{K0} - Z_{BL0} \end{bmatrix} \tag{27}$$

ただし，$z_{2PK0} = z_{2PK}$ である．

点 K'：

$$\begin{bmatrix} X_{K'} \\ Y_{K'} \\ Z_{K'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{BL} \\ Y_{BL} \\ Z_{BL} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{\alpha P}\mathbf{R}_{\beta P} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z_{2PK0} \end{bmatrix} \tag{28}$$

$h_P$ とオイラー角 $\gamma_P$ は次式で表される．

$$\begin{cases} h_P = \sqrt{x_{2PK0}^2 + y_{2PK0}^2} \\ \sin\gamma_P = -\dfrac{x_{2PK0}}{h_P},\quad \cos\gamma_P = \dfrac{y_{2PK0}}{h_P} \end{cases} \tag{29}$$

ステアリング装置を遥動軸 $B_LB_U$ あるいは車軸よりも前方に配置する場合も考慮すると，逆三角関数を用いて $\gamma_P$ を求める際に，プログラム言語の文法上定義された角度の範囲を拡張するための操作を行う．このとき，式(29)の $\sin\gamma_P$ と $\cos\gamma_P$ の正負符号が必要となる．

△$KB_UB_L$ 上の任意の点は，部品座標${}^T[x_C \quad y_C \quad z_C]$ が与えられたとき，下記の式(30)より基準座標が計算できる．

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{BL} \\ Y_{BL} \\ Z_{BL} \end{bmatrix} + \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' P} \begin{bmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{bmatrix} \tag{30}$$

ただし，$\mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' P} = \mathbf{R}_{\alpha P}\mathbf{R}_{\beta P}\mathbf{R}_{\gamma' P}$ である．座標変換行列は，

$$\mathbf{R}_{\alpha P} = \mathbf{R}(x'' = x_{1P}, \alpha_P) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_P & -\sin\alpha_P \\ 0 & \sin\alpha_P & \cos\alpha_P \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\beta P} = \mathbf{R}(y_{1P} = y_{2P}, \beta_P) = \begin{bmatrix} \cos\beta_P & 0 & \sin\beta_P \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta_P & 0 & \cos\beta_P \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\gamma' P} = \mathbf{R}(z_{2P} = z_C, \gamma'_P) = \begin{bmatrix} \cos\gamma'_P & -\sin\gamma'_P & 0 \\ \sin\gamma'_P & \cos\gamma'_P & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

したがって，式(30)を用いれば，△$KB_UB_L$ の遥動角が $\gamma'_P$ のときの点 K の基準座標を求めることができる．

$$\begin{bmatrix} X_K \\ Y_K \\ Z_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{BL} \\ Y_{BL} \\ Z_{BL} \end{bmatrix} + \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' P} \begin{bmatrix} x_{CK} \\ y_{CK} \\ z_{CK} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{BL} \\ Y_{BL} \\ Z_{BL} \end{bmatrix} + \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' P} \begin{bmatrix} 0 \\ h_P \\ z_{2PK0} \end{bmatrix} \tag{31}$$

$R_{\gamma' P}$ が $\theta_P$ の関数だから，$X_K$，$Y_K$，$Z_K$ は全ての $\theta_P$ 関数となる．

サイドロッド長 $l_T$ は一定値である．

$$l_T = \sqrt{(X_{K0}-X_{SB})^2+(Y_{K0}-Y_{SB})^2+(Z_{K0}-Z_{SB})^2} \tag{32}$$

パラメータ $\theta_L$ を変化させると，それに対応して $\theta_P$ が変化する．そこで，$\theta_L$ が与えられたとき，$\theta_P$ は $\theta_U$ を求めたときと同様の近似解法を用いて計算する．

点 K と点 $S_B$ 間の距離を $l_{Tn}(\theta_P)$ とすると，

$$l_{Tn}(\theta_P) = \sqrt{\{X_K(\theta_P)-X_{SB}\}^2+\{Y_K(\theta_P)-Y_{SB}\}^2+\{Z_K(\theta_P)-Z_{SB}\}^2} \tag{33}$$

となる．そこで，

$$g(\theta_P) = l_{Tn}(\theta_P) - l_T \tag{34}$$

と定義すると，$g(\theta_P)=0$ を満足する $\theta_P$ を求める問題に帰着する．

$\theta_P$ の近似解の導出には $\theta_U$ を求めた手順①～④と同じ方法を用いればよく，ここでは手順②の式のみを記す．

$$\theta_P(n+1) = \theta_P(n) - \frac{g\{\theta_P(n)\}}{g'\{\theta_P(n)\}}$$

ただし

$$g'(\theta_P) = \frac{(X_K-X_{SB})\dfrac{dX_K}{d\theta_P}+(Y_K-Y_{SB})\dfrac{dY_K}{d\theta_P}+(Z_K-Z_{SB})\dfrac{dZ_K}{d\theta_P}}{\sqrt{(X_K-X_{SB})^2+(Y_K-Y_{SB})^2+(Z_K-Z_{SB})^2}}$$

$$\frac{d}{d\theta_P}\begin{bmatrix}X_K\\Y_K\\Z_K\end{bmatrix} = \mathbf{R}_{\alpha P}\mathbf{R}_{\beta P}\frac{d\mathbf{R}_{\gamma' P}}{d\theta_P}\begin{bmatrix}0\\h_P\\z_{2PK0}\end{bmatrix}$$

以上より，$\theta_P$ の近似解が得られると式(31)を用いて点 K が確定する．

ステアリング・ジオメトリを計算する場合，パラメータをラック・ストローク $x_{rs}$ とすると，点 SB の座標は次のよう表される．

$$\begin{bmatrix}X_{SB}\\Y_{SB}\\Z_{SB}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}X_{SB0}+x_{rs}\\Y_{SB0}\\Z_{SB0}\end{bmatrix} \tag{35}$$

### 3・4・2　スピンドルの位置と姿勢角

スピンドル（車軸）はハウジングと一体の部品であり，スピンドル上のホイールセンタ点 W と任意点 W'は△$KB_UB_L$ の部品座標系 $o'_{BL}$–$x'_Cy'_Cz'_C$ 上の点として考えることができる．$\overrightarrow{W'W} = \mathbf{w'w}$ は車軸の方向を表し，式(30)を変形すれば，次式となる．

$$\begin{bmatrix}x_C\\y_C\\z_C\end{bmatrix} = {}^T\mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' P}\begin{bmatrix}X-X_{BL}\\Y-Y_{BL}\\Z-Z_{BL}\end{bmatrix} \tag{36}$$

点 W と点 W'の初期値が基準座標で与えられているとき，式(36)により $o'_{BL}$–$x_Cy_Cz_C$ 系に関する座標を求めることができる．

$$\begin{bmatrix}x_{CW}\\y_{CW}\\z_{CW}\end{bmatrix} = {}^T\mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' P0}\begin{bmatrix}X_{W0}-X_{BL0}\\Y_{W0}-Y_{BL0}\\Z_{W0}-Z_{BL0}\end{bmatrix} \tag{37}$$

$$\begin{bmatrix}x_{CW'}\\y_{CW'}\\z_{CW'}\end{bmatrix} = {}^T\mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' P0}\begin{bmatrix}X_{W'0}-X_{BL0}\\Y_{W'0}-Y_{BL0}\\Z_{W'0}-Z_{BL0}\end{bmatrix} \tag{38}$$

ただし，$\mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' P0}$ は初期条件 $\alpha_P=\alpha_{P0}$，$\beta_P=\beta_{P0}$，$\gamma'_P=\gamma_P$ のときの $\mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' P}$ である．

ホイールストロークした時の点 W と点 W'の基準座標は，式(30)に各々式(38)，式(39)を代入すると求めることができる．

$$\begin{bmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{BL} \\ Y_{BL} \\ Z_{BL} \end{bmatrix} + \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' P}{}^{T}\, \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' P0} \begin{bmatrix} X_{W0} - X_{BL0} \\ Y_{W0} - Y_{BL0} \\ Z_{W0} - Z_{BL0} \end{bmatrix} \tag{39}$$

$$\begin{bmatrix} X_{W'} \\ Y_{W'} \\ Z_{W'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{BL} \\ Y_{BL} \\ Z_{BL} \end{bmatrix} + \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' P}{}^{T}\, \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' P0} \begin{bmatrix} X_{W'0} - X_{BL0} \\ Y_{W'0} - Y_{BL0} \\ Z_{W'0} - Z_{BL0} \end{bmatrix} \tag{40}$$

式(39)と式(40)の差をとると，

$$\begin{bmatrix} X_W - W_{W'} \\ X_W - Y_{W'} \\ X_W - Z_{W'} \end{bmatrix} = \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' P}{}^{T}\, \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' P0} \begin{bmatrix} X_{W0} - X_{W'0} \\ Y_{W0} - Y_{W'0} \\ Z_{W0} - Z_{W'0} \end{bmatrix} \tag{41}$$

が与えられる．

**図 8** は，基準座標を平行移動して原点を点 W'とした部品座標系 $o_{W'} - x''_W y''_W z''_W$ と W'W 間距離 SW，点 W を示す．$\delta_0$と$\gamma_0$は，それぞれ初期トー角と初期キャンバ角である．$\delta_0$はトーインを正，トーアウトを負で表す．また，$\gamma_0$はポジティブキャンバを正，ネガティブキャンバを負とする．

いま，初期条件として，SW と $\delta_0$，$\gamma_0$が与えられたとき，

$$\begin{bmatrix} X_{W0} \\ Y_{W0} \\ Z_{W0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{W'0} \\ Y_{W'0} \\ Z_{W'} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x''_{W0} \\ y''_{W'0} \\ z''_{W'0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{W'0} + SW\cos\gamma_0\cos\delta_0 \\ Y_{W'0} - SW\cos\gamma_0\sin\delta_0 \\ Z_{W'0} - SW\sin\gamma_0 \end{bmatrix} \tag{42}$$

を得る．次に，式(41)に式(42)を代入すると

$$\begin{bmatrix} X_W - W_{W'} \\ Y_W - Y_{W'} \\ Z_W - Z_{W'} \end{bmatrix} = \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' P}{}^{T}\, \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' P0} \begin{bmatrix} SW\cos\gamma_0\cos\delta_0 \\ -SW\cos\gamma_0\sin\delta_0 \\ -SW\sin\gamma_0 \end{bmatrix} \tag{43}$$

となる．

### 3・4・3　スピンドル基準のハウジング部品座標系

実際のハウジング設計に際しては，**図 9** に示されるスピンドルを基準においた $Q_i$，$R_i$，$S_i$，$l_S$ などの寸法や角度 $\Psi$ の値が必要となる．そこで，この節では，初期条件として与えられた各ピボット点の基準座標からスピンドルを基準にした前述の寸法や角度を求めることにする．

$o'_{BL}-x'_P y'_P z'_P$ は，基準座標を平行移動して原点を点 $B_U$ とした部品座標系である．この $o'_{BL}-x'_P y'_P z'_P$ 系を回転させて得た部品座標系 $o'_{BL}-xyz$ は，①**w'w**が $x$ 軸に平行　② W'，W，$B_U$ の 3 点が張る平面は $xz$ 平面に平行　の条件を満足する．また，$o'_{BL}-x_e y_e z_e$ は $o'_{BL}-xyz$ 系を平行移動して原点を点 W'とした部品座標系である．なお，点 Q はドライブシャフトのアウター側 B/J ピボットを示す．

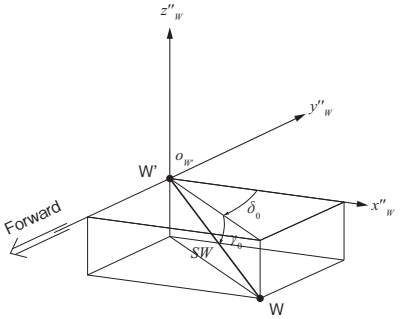


Fig.8 Initial toe and camber angles

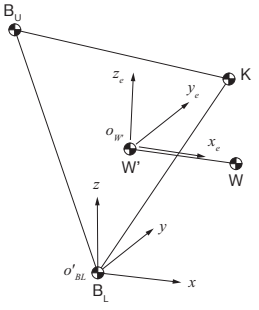


Fig.9-1 Coordinate system based on spindle

主要点の $o'_{BL}-xyz$ 系に関する座標は以下のように表される．これらの点は $o'_{BL}-xyz$ 系に関しては全て固定点であり一定値となる．

$$\begin{bmatrix} x_{W'} \\ y_{W'} \\ z_{W'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(R_3\sin\phi + R_1\cos\phi) \\ -R'_2 \\ R_3\cos\phi - R_1\sin\phi \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_W \\ y_W \\ z_W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{W'} \\ y_{W'} \\ z_{W'} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} SW \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{44-1}$$

$$\begin{bmatrix} x_{BU} \\ y_{BU} \\ z_{BU} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{W'} \\ y_{W'} \\ z_{W'} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -l_S \sin\psi \\ 0 \\ l_S \cos\psi \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_K \\ y_K \\ z_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S_1 \\ S'_2 \\ S_3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_Q \\ y_Q \\ z_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ -Q'_2 \\ Q_3 \end{bmatrix} \tag{44-2}$$

ただし，オフセット・キャスタでない場合は，$R'_2 = Q'_2 = 0$.

点 $B_U$ と点 W'の距離 $l_S$ は，

$$l_S = \sqrt{(X_{BU0} - X_{W'0})^2 + (Y_{BU0} - Y_{W'0})^2 + (Z_{BU0} - Z_{W'0})^2} \tag{45}$$

となる．

**図10**は，座標変換で導出した部品座標系 $o'_{BL}$–$xyz$ と，その導出過程の座標系およびオイラー角 $\alpha_1$，$\beta_1$，$\gamma_1$を示す．$\mathbf{w'w}$は $x_{2S} = x$ 軸と平行だから，オイラー角 $\alpha_1$，$\beta_1$は，

$$\begin{cases} \alpha_1 = -\delta_0 \\ \beta_1 = \gamma_0 \end{cases} \tag{46}$$

と定まる．また，基準座標系と $o'_{BL}$–$xyz$ 系の間には次の関係が存在する．

$$\begin{bmatrix} x'_P \\ y'_P \\ z'_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X - X_{BL} \\ Y - Y_{BL} \\ Z - Z_{BL} \end{bmatrix} = \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma 1} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \tag{47}$$

ただし，$\mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma 1} = \mathbf{R}_{\alpha 1}\mathbf{R}_{\beta 1}\mathbf{R}_{\gamma 1}$である．座標変換行列は，

$$\mathbf{R}_{\alpha 1} = \mathbf{R}(z'_P = z_{s1}, \alpha_1) = \begin{bmatrix} \cos\alpha_1 & -\sin\alpha_1 & 0 \\ \sin\alpha_1 & \cos\alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\beta 1} = \mathbf{R}(y_{s1} = y_{s2}, \beta_1) = \begin{bmatrix} \cos\beta_1 & 0 & \sin\beta_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta_1 & 0 & \cos\beta_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\gamma 1} = \mathbf{R}(x_{s2} = x, \gamma_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma_1 & -\sin\gamma_1 \\ 0 & \sin\gamma_1 & \cos\gamma_1 \end{bmatrix}$$

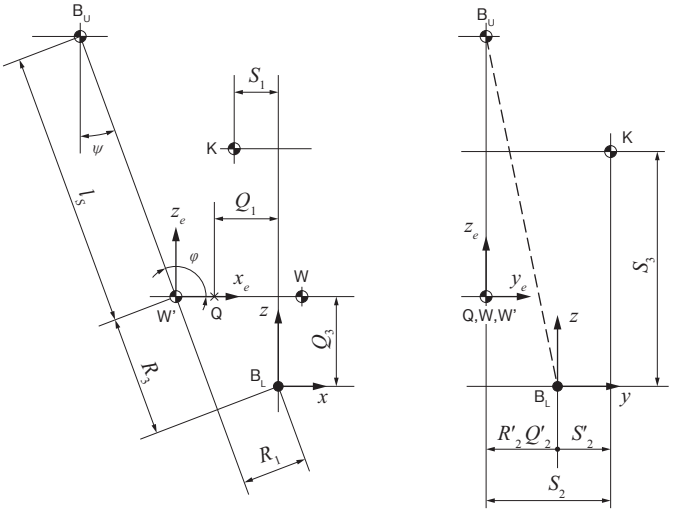


Fig.9-2 Various sizes necessary for design of housing

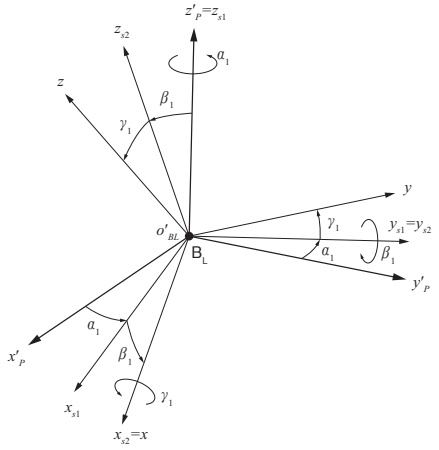


Fig.10 Transformation of coordinate systems for pivot BL

$\mathbf{w'w}$と $\overrightarrow{W'B_U} = \mathbf{w'B_U}$の 2 つのベクトルがなす角を $\varphi$ として内積の関係を用いると，

$$\cos\varphi = \frac{(\mathbf{w'w}, \mathbf{w'B_U})}{|\mathbf{w'w}||\mathbf{w'B_U}|} \tag{48}$$

が得られる．

ただし，$|\mathbf{w'w}| = SW$，$|\mathbf{w'B_U}| = l_s$

$$(\mathbf{w}'\mathbf{w},\mathbf{w}'\mathbf{B}_U) = (X_{W0}-X_{W'0})(X_{BU0}-X_{W'0}) + (Y_{W0}-Y_{W'0})(Y_{BU0}-Y_{W'0}) + (Z_{W0}-Z_{W'0})(Z_{BU0}-Z_{W'0})$$

したがって，

$$\psi = \varphi - \pi/2 \tag{49}$$

となる．

点 $B_U$ と点 W'は，式(47)を用いて次のように表される．

$$\begin{bmatrix} X_{BU0}-X_{BL0} \\ Y_{BU0}-Y_{BL0} \\ Z_{BU0}-Z_{BL0} \end{bmatrix} = \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma 1}\begin{bmatrix} x_{BU} \\ y_{BU} \\ z_{BU} \end{bmatrix} = \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma 1}\left(\begin{bmatrix} -l_s\sin\psi \\ 0 \\ l_s\cos\psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{W'} \\ y_{W'} \\ z_{W'} \end{bmatrix}\right)$$

$$\begin{bmatrix} X_{W'0}-X_{BL0} \\ Y_{W'0}-Y_{BL0} \\ Z_{W'0}-Z_{BL0} \end{bmatrix} = \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma 1}\begin{bmatrix} x_{W'} \\ y_{W'} \\ z_{W'} \end{bmatrix}$$

上記２式の差をとると，

$$\begin{bmatrix} X_{BU0}-X_{W'0} \\ Y_{BU0}-Y_{W'0} \\ Z_{BU0}-Z_{W'0} \end{bmatrix} = \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma 1}\begin{bmatrix} -l_s\sin\psi \\ 0 \\ l_s\cos\psi \end{bmatrix} \tag{50}$$

の関係を得る．

$\gamma_1$を求めるために，式(50)の第３，２行目（Z および Y 項）の要素を展開して，$\cos\gamma_1$と $\sin\gamma_1$を導く．

$$\cos\gamma_1 = \frac{(Z_{BU0}-Z_{W'0}) - l_s\sin\psi\sin\beta_1}{l_s\cos\psi\cos\beta_1} \tag{51-1}$$

$$\sin\gamma_1 = \frac{l_s\sin\alpha_1(\cos\psi\sin\beta_1\cos\gamma_1 - \sin\psi\cos\beta_1) - (Y_{BU0}-Y_{W'0})}{l_s\cos\psi\cos\alpha_1} \tag{51-2}$$

式(46)と式(51)により $\alpha_1$，$\beta_1$，$\gamma_1$，式(48)と式(49)により $\psi$ が確定する．点 W'，K，Q について，式(44)および式(47)を適用して以下の関係式を導く．

点 W'：

$$\begin{bmatrix} x_{W'} \\ y_{W'} \\ z_{W'} \end{bmatrix} = {}^T\mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma 1}\begin{bmatrix} X_{W'0}-X_{BL0} \\ Y_{W'0}-Y_{BL0} \\ Z_{W'0}-Z_{BL0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\psi & 0 & -\sin\psi \\ 0 & -1 & 0 \\ -\sin\psi & 0 & \cos\psi \end{bmatrix}\begin{bmatrix} R_1 \\ R'_2 \\ R_3 \end{bmatrix}$$

$R_1$，$R'_2$，$R_3$について解くと，

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ R'_2 \\ R_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\psi & 0 & -\sin\psi \\ 0 & -1 & 0 \\ -\sin\psi & 0 & \cos\psi \end{bmatrix}{}^T\mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma 1}\begin{bmatrix} X_{W'0}-X_{BL0} \\ Y_{W'0}-Y_{BL0} \\ Z_{W'0}-Z_{BL0} \end{bmatrix} \tag{52}$$

になる．

点 K：

$$\begin{bmatrix} x_K \\ y_K \\ z_K \end{bmatrix} = {}^T\mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma 1}\begin{bmatrix} X_{K0}-X_{BL0} \\ Y_{K0}-Y_{BL0} \\ Z_{K0}-Z_{BL0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S_1 \\ S'_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \tag{53}$$

点 Q：

$$\begin{bmatrix} x_Q \\ y_Q \\ z_Q \end{bmatrix} = {}^T\mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma 1}\begin{bmatrix} X_{Q0}-X_{BL0} \\ Y_{Q0}-Y_{BL0} \\ Z_{Q0}-Z_{BL0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ -Q'_2 \\ Q_3 \end{bmatrix} \tag{54}$$

式(52)～(54)を用いれば $R_i$，$S_i$，$Q_i$ 全て計算できる．ただし，「オフセット・キャスタ」ではない場合は，$R'_2 = S'_2 = 0$である．

## 3・5　サスペンションのジオメトリと特性

### 3・5・1　トー角とキャンバ角

**図11**はスピンドル軸を基準においた $o_{W'}-x''_{W2}y''_{W2}z''_{W2}$ と，その導出過程の座標系およびトー角 $\delta$，キャンバ角 $\gamma$ を示す．

$o_{W'}-x''_{W2}y''_{W2}z''_{W2}$ 系は，ホイールセンタ W が $x''_W$ 軸上に位置するように $o_{W'}-x''_Wy''_Wz''_W$ 系の $z''_W$ 軸回りに $-\delta$ 回転させ，次に $o_{W'}-x''_{W1}y''_{W1}z''_{W1}$ 系の $y''_{W1}$ 軸回りに $\gamma$ 回転させて生成する．

この図に記した部品座標系と基準座標系の関係は，

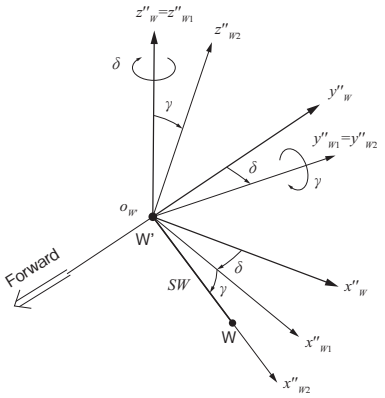


Fig.11 Transformation of coordinate systems for spindle and toe and camber angles

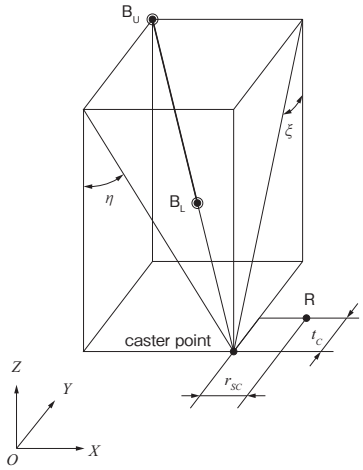


Fig.12 Caster and king pin inclination angles

$$\begin{bmatrix} x''_W \\ y''_W \\ z''_W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X-X_{W'} \\ Y-Y_{W'} \\ Z-Z_{W'} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_\delta \mathbf{R}_\gamma \begin{bmatrix} x''_{W2} \\ y''_{W2} \\ z''_{W2} \end{bmatrix} \tag{55}$$

と表される．

ただし，

$$\mathbf{R}_\delta = \mathbf{R}(z''_W = z''_{W1}, -\delta) = \begin{bmatrix} \cos\delta & \sin\delta & 0 \\ -\sin\delta & \cos\delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_\gamma = \mathbf{R}(y''_{W1} = y''_{W2}, \gamma) = \begin{bmatrix} \cos\gamma & 0 & \sin\gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\gamma & 0 & \cos\gamma \end{bmatrix}$$

点 W の座標は ${}^T[x''_{W2} \quad y''_{W2} \quad z''_{W2}] = {}^T[SW \quad 0 \quad 0]$ だから，式(55)を用いると

$$\begin{bmatrix} X_W - X_{W'} \\ Y_W - Y_{W'} \\ Z_W - Z_{W'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} SW\cos\delta\cos\gamma \\ -SW\sin\delta\cos\gamma \\ -SW\sin\gamma \end{bmatrix} \tag{56}$$

が得られる．

式(56)の第 2，3 行目（Y，Z 項）より

$$\gamma = \sin^{-1}\frac{Z_{W'} - Z_W}{SW} \tag{57}$$

$$\delta = \sin^{-1}\frac{Y_{W'} - Y_W}{SW\cos\gamma} \tag{58}$$

を導くことができる．なお，キャンバ角 $\gamma$ は対車体基準だから，対地キャンバ角を求める場合は車体のロール角を考慮する必要がある．

また，トーイン量を $t_{in}$，タイヤ直径を $D_T$ とすると，

$$t_{in} = 2D_T \sin\delta \tag{59}$$

として与えられる．

### 3・5・2　タイヤの接地点

$o_{W'}-x''_{W2}y''_{W2}z''_{W2}$ 系に関する点 W'，W およびタイヤ接地点 R の位置関係を考える．タイヤ有効半径を $R_T$ とすると，座

標系 $o_{W'}-x''_{W2}y''_{W2}z''_{W2}$ における接地点 R の座標は，${}^T[x''_{W2R}\ \ y''_{W2R}\ \ z''_{W2R}]={}^T[SW\ \ 0\ \ -R_T]$ と表される．点 R の基準座標を ${}^T[X_R\ \ Y_R\ \ Z_R]$ として，式(55)，(56)を適用すると次式が得られる．

$$\begin{bmatrix}X_R\\Y_R\\Z_R\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}X_{W'}\\Y_{W'}\\Z_{W'}\end{bmatrix}+\mathbf{R}_\delta\mathbf{R}_\gamma\begin{bmatrix}SW\\0\\-R_T\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}X_{W'}\\Y_{W'}\\Z_{W'}\end{bmatrix}+\left\{\begin{bmatrix}SW\\0\\0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\-R_T\end{bmatrix}\right\}$$
$$=\begin{bmatrix}X_W\\Y_W\\Z_W\end{bmatrix}+\mathbf{R}_\delta\mathbf{R}_\gamma\begin{bmatrix}0\\0\\-R_T\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}X_W\\Y_W\\Z_W\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-R_T\cos\delta\sin\gamma\\R_T\sin\delta\sin\gamma\\-R_T\cos\delta\end{bmatrix}\tag{60}$$

### 3・5・3　キャスタ角とキングピン傾斜角

**図12**には，（対車体）キャスタ角 $\xi$，キングピン傾斜角 $\eta$，キャスタトレール $t_C$ およびスクラブ半径 $r_{SC}$ を記す．

キャスタ角 $\xi$ とキングピン傾斜角 $\eta$ は次式で表される．

$$\xi=\tan^{-1}\frac{Y_{BU}-Y_{BL}}{Z_{BU}-Z_{BL}}\tag{61}$$

$$\eta=\tan^{-1}\frac{X_{BL}-X_{BU}}{Z_{BU}-Z_{BL}}\tag{62}$$

また，基準座標系において接地平面は $Z=Z_R$ だから，キャスタトレール $t_C$ とスクラブ半径 $r_{SC}$ を導出すると，

$$t_c=Y_R-Y_{BU}-\frac{(Y_{BU}-Y_{BL})(Z_R-Z_{BU})}{(Z_{BU}-Z_{BL})}\tag{63}$$

$$r_{SC}=X_R-X_{BU}-\frac{(X_{BU}-X_{BL})(Z_R-Z_{BU})}{(Z_{BU}-Z_{BL})}\tag{64}$$

を得る．

### 3・5・4　ロール幾何

ロールセンタ高さ $H$ およびタイヤスカッフ $t_s$ の計算方法は，文献(16)に記されており以下のようにして求めることができる．

$O-XZ$ 平面上において，アームの瞬間回転中心 IP は，点 $B_L$ と点 $B'_L$ を通る直線 $l_L$ と点 $B_U$ と点 $B'_U$ を通る直線 $l_U$ との交点として求めることができる．ロールセンタ RC は，点 IP とタイヤ接地中心点 R とを結ぶ直線 $l_{IP}$ と車体中心線との交点である．

点 $B'_L$，$B_L$，$B'_U$ および $B_U$ の基準座標はそれぞれ式(10)，(15)，(19)および式(22)で与えられているから，直線 $l_L$ と $l_U$ の式は容易に求めることができる．それぞれの直線の傾きを $m_L$，$m_U$ とすると，

$$m_L=(Z_{BL}-Z_{B'L})/(X_{BL}-X_{B'L}),\quad m_U=(Z_{BU}-Z_{B'U})/(X_{BU}-X_{B'U})$$

である．

① $m_L\neq m_U$ の場合：

点 IP の基準座標は，$X_{IP}$，$Z_{IP}$ は，

$$X_{IP}=\frac{Z_{B'L}-Z_{B'U}+m_UX_{B'U}-m_LX_{B'L}}{m_U-m_L},\qquad Z_{IP}=\frac{m_UZ_{B'L}-m_LZ_{B'U}+m_Lm_U(X_{B'U}-X_{B'L})}{m_U-m_L}$$

となる．

ロールセンタ高さ $H$ を求めると，

$$H=\frac{X_R(Z_R-Z_{IP})}{X_{IP}-X_R}\tag{65-1}$$

を得る．

② $m_L=m_U$ の場合：

直線 $l_L$ と $l_U$ は平行だから交点を求めることはできない．そこで，IP は∞の位置にあると考えれば，直線 $l_{IP}$ の傾きは直線 $l_L$，$l_U$ と等しいことになる．点 RC は，直線 $l_{IP}$ と車体中心線との交点だから，ロールセンタ高さ $H$ は次式で与えられる．

$$H = -m_L X_R \tag{65-2}$$

タイヤスカッフ $t_S$ とトレッド $t_{rd}$ は，

$$t_s = X_R,\ t_{rd} = 2t_s = 2X_R \tag{66}$$

となる．

### 3・5・5　ピッチ幾何

制駆動力による車両のピッチング方向の姿勢変化は，運転者に与える不安感のみならず，姿勢変化によるサスペンションのアライメント変化により操縦性安定性に悪影響を及ぼすことがあり極力小さくしたほうがよい．そこで，サスペンション・ジオメトリを工夫すればこの姿勢変化を小さくすることが可能である．

フロントサスペンションにおいては，制動時に前輪ダイブが抑えられて，FF 車の場合は駆動時の前輪リフトを抑制できる．また，リヤサスペンションにおいては，制動時の後輪リフトが抑えられて，FR 車の場合は駆動時の後輪スカットを抑制できる．

ジオメトリによりピッチング方向の姿勢変化を抑制するときは，サスペンションを側面から見た場合の上下両アームに関する瞬間回転中心の位置が重要となる[16]．本節ではこの位置を求めておく．

$O-YZ$ 平面上において，瞬間回転中心 IPs は，点 $C_L$ と点 $A_L$ を結ぶ線分の傾きと同じで点 $B_L$ を通る直線 $l_{LS}$ と，点 $C_U$ と点 $A_U$ を結ぶ線分の傾きと同じで点 $B_U$ を通る直線 $l_{US}$ との交点として求めることができる．

$B_L$ と $B_U$ の基準座標はそれぞれ式(15)と式(22)で与えられている．また，直線 $l_{LS}$ と $l_{US}$ の傾きをそれぞれ $m_{LS}$，$m_{US}$ とすると，

$$m_{LS} = (Z_{AL} - Z_{CL})/(Y_{AL} - Y_{CL}),\ m_{US} = (Z_{AU} - Z_{CU})/(Y_{AU} - Y_{CU})$$

である．

① $m_{LS} \neq m_{US}$ の場合：

点 IPs の基準座標 $Y_{IPS}$，$Z_{IPS}$ は，

$$\begin{cases} Y_{IPS} = \dfrac{Z_{BL} - Z_{BU} + m_{US} Y_{BU} - m_{LS} Y_{BL}}{m_{US} - m_{LS}} \\ Z_{IPS} = \dfrac{m_{US} Z_{BL} - m_{LS} Z_{BU} + m_{US} m_{LS} (Y_{BU} - Y_{BL})}{m_{US} - m_{LS}} \end{cases} \tag{67}$$

で与えられる．

② $m_{LS} = m_{US}$ の場合：

直線 $l_{LS}$ と $l_{US}$ は平行だから，無限遠では点 IPs は路面上に存在し，$Z_{IPS} = Z_R$ となる．

この場合は車輪の上下方向の動きを抑制する制動駆動力の分力が得られず，姿勢変化の抑制はできないことになる．

### 3・6　スプリングとショックアブソーバの取り付け

遥動するロワーアームに固定された点 F を基準座標で表すことを考える．部品固定座標系 $o'_L - x_{aL} y_{aL} z_{aL}$ に関する点 F の座標を ${}^T[x_{aLF}\ \ y_{aLF}\ \ z_{aLF}]$ とすると，式(14)により基準座標に関する次式を得る．

$$\begin{bmatrix} X_F \\ Y_F \\ Z_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{CL} \\ Y_{CL} \\ Z_{CL} \end{bmatrix} + \mathbf{E}_{a\beta\gamma' L} \begin{bmatrix} x_{aLF} \\ y_{aLF} \\ z_{aLF} \end{bmatrix} \tag{68}$$

点 F の初期値が基準座標で与えられている場合，

$$\begin{bmatrix} x_{aLF} \\ y_{aLF} \\ z_{aLF} \end{bmatrix} = {}^T\mathbf{E}_{a\beta\gamma' L0} \begin{bmatrix} X_{F0} - X_{CL} \\ Y_{F0} - Y_{CL} \\ Z_{F0} - Z_{CL} \end{bmatrix}$$

となる．したがって，この式を式(67)に代入すれば点 F の基準座標を求めることができる．

$$\begin{bmatrix} X_F \\ Y_F \\ Z_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{CL} \\ Y_{CL} \\ Z_{CL} \end{bmatrix} + \mathbf{E}_{a\beta\gamma' L}\, {}^T\mathbf{E}_{a\beta\gamma' L0} \begin{bmatrix} X_{F0} - X_{CL} \\ Y_{F0} - Y_{CL} \\ Z_{F0} - Z_{CL} \end{bmatrix} \tag{69}$$

一般的な車両のサスペンション・スプリングとショックアブソーバは，車体とロアアーム間に位置し両端部が連結されている．ここでは，ロアアーム側の取付け点を $E_L$，車体側の取付け点を $E_U$ とするとき，スプリングとショックアブソーバの取付長は次式で与えられる．

$$L_{SB}=\sqrt{(X_{EU}-X_{EL})^2+(Y_{EU}-Y_{EL})^2+(Z_{EU}-Z_{EL})^2} \tag{70}$$

スタビライザの端部もロアアームに取り付けられることが多く，この場合も式(68)，(69)を適用できる．

次に，ホイール・ストロークに対する取付長の変化をレバー比 $\rho$ と定義する．取付長の初期値を $L_{SB0}$ とすると，レバー比は式(71)で表される．

$$\rho=\frac{Z_W-Z_{W0}}{L_{SB}-L_{SB0}} \tag{71}$$

## 4．計算結果と考察

### 4・1　計算方法

計算のプログラミングは，行列や行列式などの計算の記述が容易な MATLAB 言語を用いる．ホイールストロークに対するトー角やキャンバ角などの変化を求める場合は，ロアアーム揺動角 $\theta_L$ をパラメータとおき，これを0.5°ずつ変化させて計算を行う．また，タイヤ実舵角に対するキャンバ角の連続的な変化を示す図を作成する際は，ラック・ストローク $x_{rs}$ を 1 mm ずつ変化させて計算する．

さらに，MATLAB に組み込まれた逆三角関数は，$|x|\leq 1, |y|\leq 1$ において，$\theta=\cos^{-1}x$ のとき，$0\leq\theta\leq x$．$\theta=\sin^{-1}y$ のとき，$-\pi/2\leq\theta\leq\pi/2$ の範囲で与えられている．しかし，このまま使用すると $\theta$ の値域が狭いために計算エラーを生じる場合がある．そこで，値域が $-\pi\leq\theta\leq\pi$ の範囲となるように，プログラム上で次のような操作をおこない計算する．

① $x=\cos\theta$ と $y=\sin\theta$ の正負号を調べる．

② $\theta=\cos^{-1}x$ を求める場合：

・$x\geq 0$，$y\geq 0$　のとき　$\theta=\theta$　　・$x<0$，$y\geq 0$　のとき　$\theta=\theta$

・$x<0$，$y<0$　のとき　$\theta=-\theta$　　・$x\geq 0$，$y<0$　のとき　$\theta=-\theta$

③ $\theta=\sin^{-1}y$ を求める場合：

・$x\geq 0$，$y\geq 0$　のとき　$\theta=\theta$　　・$x<0$，$y\geq 0$　のとき　$\theta=-\pi-\theta$

・$x<0$，$y<0$　のとき　$\theta=-\pi-\theta$　　・$x\geq 0$，$y<0$　のとき　$\theta=\theta$

計算に必要な各ピボット座標などの入力データは，第２章に示す．数値は乗用車のフロントサスペンションを想定している．

### 4・2　オフセット・キャスタの解析

**図13**は「オフセット・キャスタ」の説明図である．このジオメトリの最大の特長は，ホイールセンタ W からキングピン軸 $B_LB_U$ をオフセットさせることにより，キャスタ角 $\xi$ とキャスタトレール $t_c$ を独立して設定できることにある．「オフセット・キャスタ」ジオメトリの車両運動性能への効用は様々に語られており，既に実用化もなされている．しかし，公表された具体的な解析計算の結果は見当たらないようである．

そこで，本報ではトー角とキャンバ角特性に焦点を絞り，ホイールセンタがキングピン軸が上にある一般的なジオメトリ（オフセット無しと記す）とキャスタ角にオフセットを付けた「オフセット・キャスタ」（オフセット有りと記す）について計算を行い考察する．

比較する２つのジオメトリは次のように決定する．まず，オフセット無しのジオメトリは，①ホイールストロークに対するトー角変化をほぼ0°とする　②バウンド側でホイールストロークが大きい領域で対地キャンバ角を出来るだけネガティブキャンバ化する　ようにした．特性①と②は共にサスペンション設計では，良く知られた目標特性である．フロントサスペンションでは，特性①により，過渡的入力操舵時の急激なロール挙動変化の低減，不整路における直進性，および制駆動を伴う旋回時における車両ステア特性の向上などを図ることができる．また，特性②では，対地キャンバ角のネガティブキャンバ化により，旋回性能に影響が大きい旋回外輪にキャンバ・スラストを発生させて，高横 G 領域における車両ステア特性を向上できる．なお，ロールセンタ高さやピッチ幾何に関しても配慮する．

次に，オフセット有りのジオメトリは，オフセット無しを基準として，キングピン軸をホイールセンタから方向に（後

方へ）に20mm ずらす．この状態で，特性①②を満足するジオメトリの各ピボットを，他の特性に極力影響を与えない範囲で探索する．

計算は全て方法 B を用いて行った．その結果，オフセット有りは，オフセット無しを決定後，10回の試行によりピボット座標を決定できた．検討結果である各ピボット座標値を第 2 章に示す．座標値はオフセット無しのものであり，数値に矢印が付いた座標値は，オフセット有りに変更した座標値を表す．オフセット有りはオフセット無しに対して，ロアアームの車体側取り付けピボット高さを前後それぞれ10mm，5 mm 低くし，サイドロッド・ボールジョイント・ピボットの高さも 6 mm 低くした．

以下，ジオメトリの計算結果について述べる．

**図14**は，ホイールストロークに対するトー角変化を示す．ホイールストロークにおいて，＋はバウンド側であり，－はリバウンド側を表している．オフセット有りとオフセット無しは共に，特性①を満足していることがわかる．

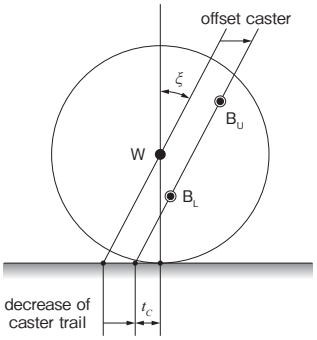

Fig.13 Offset caster geometry

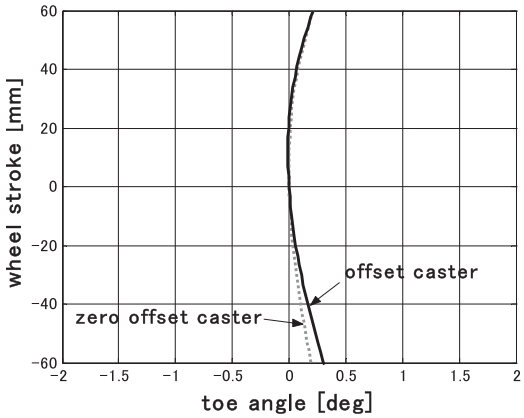

Fig.14 Change of toe angle

**図15**は，ステアリング操舵時における，ホイールストロークとキャンバ角（対車体）の関係を示している．ラック・ストローク $x_{rs}$ をパラメータとして，0 mm，25mm，50mm について計算を行った．ラック・ストロークが＋の場合のタイヤ実舵角は，旋回外輪側を表す．また，図中の右下がりの直線は対地キャンバ角が 0 ° の線である．図よりラック・ストロークが大きくバウンド・ストロークが大きいほど対地キャンバ角がネガティブとなる．つまり，大きな横加速度の旋回運動では，対地キャンバ角はネガティブ化して特性②を満足している．

なお，ロアアームの揺動角が 0 °，ラック・ストロークが 0 mm，25mm，50mm のときのタイヤ実舵角は，オフセット無しで，それぞれ 0 °，14. 28°，29. 08°．オフセット有りでそれぞれ 0 °，17. 53°，36. 10° となる．オフセット有りの方がタイヤ実舵角が大きいのは，オフセット・キャスタにより式(29)の $h_P$ が小さくなったため，同じラック・ストロークに対してタイヤが大きく操舵されることになったためである．

横軸をラック・ストロークとした場合，キャンバ角のネガティブ方向への変化はオフセット有りの方が大きい．しか

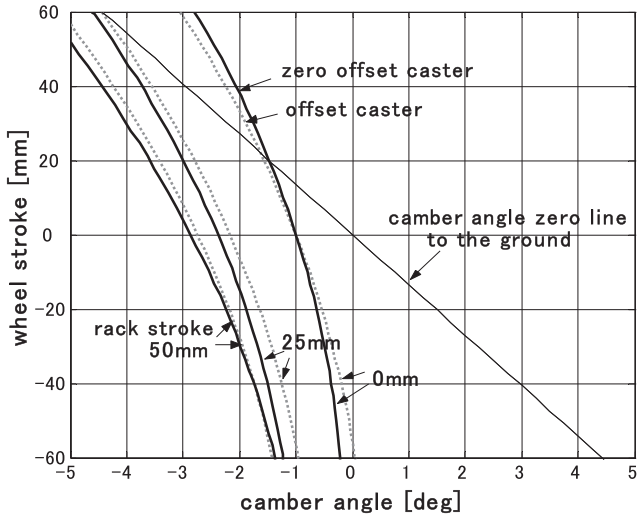

Fig.15 Change in camber angle
at steering rack and wheel strokes

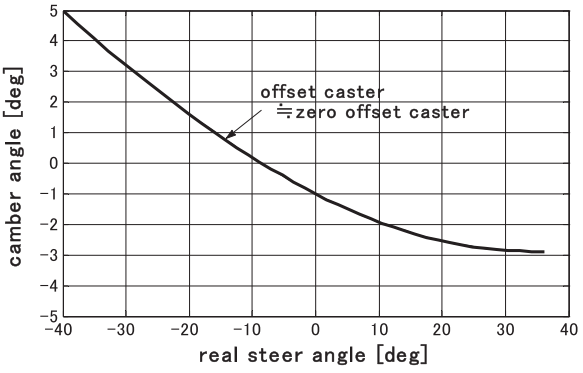

Fig.16 Relationship between camber angle
and real steer angle

し，横軸をタイヤ実舵角とした場合，オフセットの有無でキャンバ角変化の違いはほとんど認められなかった．**図16**は，横軸をタイヤ実舵角とした場合のキャンバ角（対車体）変化である．

以上より，「オフセット・キャスタ」ジオメトリを用いれば，ホイールストロークに対するトー角変化をほぼ0°とした上で，旋回時のキャンバ角特性の改善とキャスタトレール低減の両立が容易に図れることがわかった．なお，他の特性に関する計算結果は紙面の都合上割愛する．

## 5．ま と め

サスペンションおよびステアリングのジオメトリに関する諸特性の解析計算が簡便に行えるような計算方法の検討を行った．得られた結果を以下にまとめる．

⑴ ダブルウィッシュボーン式サスペンションとR&P式ステアリングのリンク幾何に関して，機構学理論を基にした計算モデルとそのアルゴリズムを構築した．

⑵ 計算モデルから導出した数式を用いて，サスペンション／ステアリングのジオメトリと諸特性を直接計算する方法を示した．

⑶ 計算に当たっては，MATLAB言語を用いた簡易なプログラムを作成した．

さらに，上記⑵の方法を利用して，「オフセット・キャスタ」ジオメトリに関する解析を行った結果，次のことを確認した．

⑷ ホイールストロークに対するトー角変化をほぼ0°とした上で，旋回時のキャンバ角特性の改善とキャスタトレール低減の両立を容易に図ることができる．

## 文　献

⑴ 藤岡健彦，鎌田実，自動車プロジェクト開発工学（2001），pp. 146-155，技報堂出版．
⑵ 竹間一朗，横山浩紀，“機構制御時の車両挙動シミュレーション”，自動車技術会学術講演会前刷集，20035587，77-03（2003-9），pp. 15-18．
⑶ 南中道裕規，Qiang YU，影山雄介，“CAEを用いた車両性能設計における設計領域同定法の開発”，自動車技術会学術講演会前刷集，20045754，90-04（2004-10），pp. 15-18．
⑷ 野口博史，宮川哲，影山雄介，“車両運動性能設計を支えるシミュレーション技術”，自動車技術，65-1（2011），pp. 47-52．
⑸ 尾崎明徳，“フルビークルモデルによるロール軸高さの乗心地への影響解析”，自動車技術会学術講演会前刷集，20135220，69-13（2013-5），pp. 15-20．
⑹ 野口博史，“横風安定性とサスペンション特性について”，自動車技術，38-3（1984），pp. 344-349．
⑺ 入江南海雄，芝端康二，“リヤサスペンション特性が操縦安定性に及ぼす影響”，自動車技術，39-3（1985），pp. 275-285．
⑻ 小出勝，立石芳朗，山田勝彦，“キャンバ角が操縦性・安定性に及ぼす影響”，自動車技術，40-3（1986），pp. 350-359．
⑼ 貴島孝雄，友田敦雄，渡辺嘉寛，兼品直和，“サスペンションのトー角と操縦性・安定性”，自動車技術，41-3（1987），pp. 348-354．
⑽ 高野修一，永井正夫，“ロール安定性向上のための車両運動モデルの検討”，自動車技術会学術講演会前刷集，20025266，38-02（2002-7），pp. 11-14．
⑾ 森和典，“うねり路走行時における車両旋回性能の解析（第2報：懸架系リンク幾何特性の影響）”，久留米工業大学研究報告，No. 22（1998-12），pp. 23-32．
⑿ 小出怜央，川辺喜裕，中島恵一，田部井孝聡，“新型マルチリンクリヤサスペンションの開発”，自動車技術会学術講演会前刷集，20125763，116-12（2012-10），pp. 5-10．
⒀ 森和典，“走行系の統合制御を適用した車両の運動性能”，日本機械学会論文集C編，Vol. 68，No. 671（2002），pp. 172-179．
⒁ 久保聡之，石濱正男，勝矢晃弘，川崎公一，上津原才司，田中清文，千葉一雄，“前2輪独立駆動3輪車の操舵基本特性解析”，自動車技術会学術講演会前刷集，20135105，60-13（2013-5），pp. 5-10．
⒂ 細川武志，クルマのメカ＆仕組み図鑑（2003），pp. 207，グランプリ出版．
⒃ John C. Dixon, “Tires, Suspension and Handling” (1991), pp.196-224, Cambridge University Press.