

〔論文〕

二輪車の直進安定化両立性

吉野 貴彦^{*1}・高橋 明^{*2}・古澤 健太^{*2}・片山 硬^{*3}

Straight-Running Stabilization Compatibility of Motorcycles

Takahiko YOSHINO^{*1}, Akira TAKAHASHI^{*2}, Kenta FURUSAWA^{*2} and Tsuyoshi KATAYAMA^{*3}

Abstract

When a motorcycle is designed such that its weave mode is stabilized, its wobble mode tends to become unstable. Similarly, when attempting to stabilize the wobble mode, the weave mode is likely to become unstable. In this study, we investigated the effect of changing the extent of force acting on both the modes using the energy flow method and determined the factors that affect the compatibility of the two modes. The experimental results show that in most cases, the front frame elements that exhibit conflicting changes directly affect the equation of motion coefficients. Moreover, the stability of the compatible type often varies owing to the changes in eigenvectors.

Key Words : Vehicle dynamics, Motorcycle, Driving stability, Weave Mode, Energy Flow Method

1. 緒 言

Sharp による 4 自由度モデルを用いた直進安定性解析結果の公表⁽¹⁾およびそれ以後の多くの研究により、二輪車は高速域で、ウィーブモードおよびウォブルモードが不安定になり、ある速度以上になると転倒する可能性があることが明らかにされた。安全上、ウィーブモードおよびウォブルモードを安定にする必要があるが、従来から使用されている固有値解析では、その発生メカニズム等の解明は困難であると考えられていた。

1980年代に二つの振動モードの発生原因が理解できる新たな手法、エネルギーフロー法⁽²⁻³⁾が提案され、両モードの発生原因が把握できるようになった。

しかし、ウィーブモードとウォブルモードの安定化両立性の問題に関しては現在に至っても詳らかに解明されていない。これは、開発・設計者が経験的に持っている観念であるが、ウィーブモードが安定化するように設計すると、ウォブルモードが不安定になり、ウォブルモードを安定化させるとウィーブモードが不安定になる傾向がある。設計・開発の現場では、全てのケースで両立しないわけではないことも経験的に知られている。

ウィーブとウォブルの二つのモードを同時に改善する方法としては、丸茂ら⁽⁴⁾はロール角加速度をフィードバックして操舵トルク制御を行うことで、ウィーブモードとウォブルモードの安定性を同時に向上させることができることを明らかにしている。

しかし、両立性問題において、なぜ車両諸元の変更で二つのモードが両立することが起こるか等の理論的な解明はなされていない。その要因は車両諸元が複雑に関連し理論的にウィーブモードとウォブルモードの発生機構が明らかにならないことである。

本稿では固有ベクトルを用いたエネルギーフロー変化の計算手法を両立問題に適用し、作用している力の大きさの変更が両モードに及ぼす影響を調べ、寄与度の最も高い自由度を特定する。特定後、その寄与は力の大きさが変化したものか、位相の変化に原因があるのか検討をしていく。

このように検討を進めることにより主要なメカニズムを明らかにし、ウィーブモードとウォブルモードの両立性を左右する要因を推定する。

^{*1} 交通機械工学科, ^{*2} 自動車システム工学専攻

^{*3} 久留米工業大学

令和3年11月29日受理

2. 車両モデル

本研究では, Sharp により定式化された 4 自由度モデル⁽¹⁾を用いる. 車両モデルを図 1 に示す. 車両モデルの自由度は, 横運動, ヨー運動, ロール運動および操舵系の運動である. ここで, y_1 , ϕ , ϕ , δ は, それぞれ横変位, ヨー角, ロール角, 操舵角を表している.

A 記号

$e, h, h', j, k, l, l_2, l', R_f, R_r, t$: 寸法 (図 1), C_{rxz} : メインフレームの慣性乗積
 $C_{Ys1}, C_{Ys2}, C_{Yc1}, C_{Yc2}$: 横すべり角, キャンバ角による横力係数 (1: 前輪, 2: 後輪)
 $C_{Zs1}, C_{Zs2}, C_{Zc1}, C_{Zc2}$: 横すべり角, キャンバ角によるアライニングモーメント係数
 $C_{Xs1}, C_{Xs2}, C_{Xc1}, C_{Xc2}$: 横すべり角, キャンバ角によるオーバーターンモーメント係数
 C_δ : ステアリングのダンパ係数, g : 重力加速度
 I_{fx}, I_{fz} : フロントフォークの慣性モーメント, I_{rx}, I_{rz} : メインフレームの慣性モーメント
 i : エンジンのフライホイールの極慣性モーメント, I_{fy}, I_{ry} : 前後輪の慣性モーメント
 M_f, M_r ($M = M_f + M_r$): 前後フレームの質量
 T_a : 重心に働く空気力学的ヨーイングモーメント, T_{xf}, T_{xr} : 前後輪のアライニングモーメント
 T_{xf}, T_{xr} : 前後輪のオーバーターンモーメント, Y_a : 重心に働く空気力学的横力
 Y_f, Y_r, Z_f, Z_r : 前後輪の横力と荷重, $\alpha_f, \alpha_r, \phi_f, \phi_r$: 前後輪の横すべり角とキャンバ角
 ϵ : キャスタ角, λ : 後輪とエンジンフライホイール間のギヤ比
 σ_f, σ_r : 前後輪の緩和長, δ, ϕ, ψ : 操舵系, 車体 (ロール方向, ヨー方向) の角変位
 \dot{x}_1, \dot{y}_1 : 車体の前後, 横速度

B 4 自由度モデルの運動方程式

(a) 横方向の運動方程式

$$(M_f + M_r)\ddot{y}_1 + M_f k \ddot{\phi} + (M_f + M_r)\dot{x}_1 \dot{\phi} + (M_f j + M_r h) \ddot{\phi} + M_f e \ddot{\delta} - Y_f - Y_r - Y_a = 0 \quad (1)$$

(b) ヨー方向の運動方程式

$$M_f k \ddot{y}_1 + (M_f k^2 + I_{fx} \sin^2 \epsilon + I_{fz} \cos^2 \epsilon + I_{rx}) \ddot{\phi} + M_f k \dot{x}_1 \dot{\phi} + \{M_f j k + (I_{fz} - I_{fx}) \sin \epsilon \cos \epsilon - C_{rxz}\} \ddot{\phi} \\ - \{i_{fy}/R_f + (i_{ry} + i\lambda)/R_f\} \dot{x}_1 \dot{\phi} + (M_f e k + I_{fz} \cos \epsilon) \ddot{\delta} - (i_{fy}/R_f) \sin \epsilon \dot{x}_1 \dot{\delta} - l_1 Y_f + l_2 Y_r - T_{xf} - T_{xr} - l' Y_a - T_a = 0 \quad (2)$$

(c) ロール方向の運動方程式

$$(M_f j + M_r h) \ddot{y}_1 + \{M_f j k + (I_{fz} - I_{fx}) \sin \epsilon \cos \epsilon - C_{rxz}\} \ddot{\phi} + \{M_f j + M_r h + i_{fy}/R_f + (i_{ry} + i\lambda)/R_f\} \dot{x}_1 \dot{\phi} \\ + (M_f j^2 + M_r h^2 + I_{fx} \cos^2 \epsilon + I_{fz} \sin^2 \epsilon + I_{rx}) \ddot{\phi} - (M_f j + M_r h) g \phi + (M_f e j + I_{fz} \sin \epsilon) \ddot{\delta} \\ + (i_{fy}/R_f) \cos \epsilon \dot{x}_1 \dot{\delta} + (t Z_f - M_f e g) \delta - T_{xf} - T_{xr} - h' Y_a = 0 \quad (3)$$

(d) 操舵系の運動方程式

$$M_f e \ddot{y}_1 + (M_f e k + I_{fz} \cos \epsilon) \ddot{\phi} + \{M_f e + (i_{fy}/R_f) \sin \epsilon\} \dot{x}_1 \dot{\phi} + (M_f e j + I_{fz} \sin \epsilon) \ddot{\phi} - (i_{fy}/R_f) \cos \epsilon \dot{x}_1 \dot{\delta} + (t Z_f - M_f e g) \phi \\ + (M_f e^2 + I_{fz}) \ddot{\delta} + C_\delta \dot{\delta} + (t Z_f - M_f e g) \sin \epsilon \delta + t Y_f - T_{xf} \cos \epsilon - T_{xf} \sin \epsilon = 0 \quad (4)$$

(e) タイヤに発生する力とモーメント

$$(\sigma_f/\dot{x}_1) \dot{Y}_f + Y_f = -C_{Ys1} \alpha_f + C_{Yc1} \phi_f \quad (5)$$

$$(\sigma_r/\dot{x}_1) \dot{Y}_r + Y_r = -C_{Ys2} \alpha_r + C_{Yc2} \phi_r \quad (6)$$

$$(\sigma_f/\dot{x}_1) \dot{T}_{xf} + T_{xf} = C_{Xs1} \alpha_f - C_{Xc1} \phi_f \quad (7)$$

$$(\sigma_r/\dot{x}_1) \dot{T}_{xr} + T_{xr} = C_{Xs2} \alpha_r - C_{Xc2} \phi_r \quad (8)$$

$$(\sigma_f/\dot{x}_1) \dot{T}_{zf} + T_{zf} = C_{Zs1} \alpha_f + C_{Zc1} \phi_f \quad (9)$$

$$(\sigma_r/\dot{x}_1) \dot{T}_{zr} + T_{zr} = C_{Zs2} \alpha_r + C_{Zc2} \phi_r \quad (10)$$

$$\alpha_f = (\dot{y}_1 + l_1 \dot{\phi} - t \dot{\delta})/\dot{x}_1 - \delta \cos \epsilon \quad (11)$$

$$\alpha_r = (\dot{y}_1 - l_2 \dot{\phi})/\dot{x}_1 \quad (12)$$

$$\phi_f = \phi + \delta \sin \epsilon \quad (13)$$

$$\phi_r = \phi \quad (14)$$

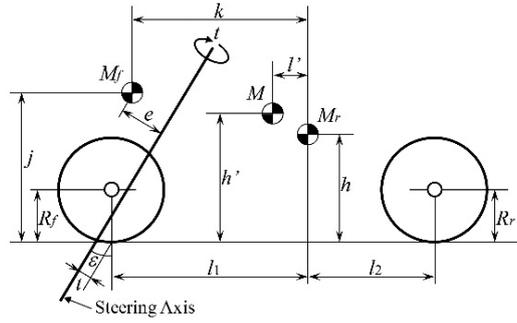


Fig. 1 Mathematical model

3. 固有ベクトルを用いたエネルギーフロー法

3・1 車体に関するベクトル方程式

4自由度モデルを用いた固有値解析により固有値および固有ベクトルが算出される。求められた固有ベクトルを4自由度モデルの力学変数の部分に代入すると、固有ベクトルが満たすべき方程式（固有ベクトル方程式）が得られる。

ウィーブモードは固有ベクトルの様相から判断すると、4自由度が連成した複雑な振動モードであると信じられていた。しかし、文献(3)ではウィーブモードに最も影響を与える自由度はヨー角系であると議論され、力学的な裏付けが示されている。すなわち、ウィーブモードの特性を検討するには、ヨー角系のエネルギーフロー、ヨー角系の運動方程式を議論すれば良いと考えられる。

ウィーブモードの固有値の場合には、ウィーブモードの固有ベクトルをヨー角系の方程式に代入すると式(15)が成立する。ここで、固有ベクトルは太字で表されている。

$$B_{21}\ddot{\mathbf{y}}_1 + B_{22}\ddot{\boldsymbol{\psi}} + B_{23}\ddot{\boldsymbol{\phi}} + B_{24}\ddot{\boldsymbol{\delta}} + A_{21}\dot{\mathbf{y}}_1 + A_{22}\dot{\boldsymbol{\psi}} + A_{23}\dot{\boldsymbol{\phi}} + A_{24}\dot{\boldsymbol{\delta}} + A_{27}\mathbf{Y}_r + A_{28}\mathbf{Y}_r + A_{29}\mathbf{T}_{zf} + A_{2a}\mathbf{T}_{zf} = 0 \quad (15)$$

左辺第2項に関して表現すると式(16)となる。

$$B_{22}\ddot{\boldsymbol{\psi}} = -B_{21}\ddot{\mathbf{y}}_1 - B_{23}\ddot{\boldsymbol{\phi}} - B_{24}\ddot{\boldsymbol{\delta}} - A_{21}\dot{\mathbf{y}}_1 - A_{22}\dot{\boldsymbol{\psi}} - A_{23}\dot{\boldsymbol{\phi}} - A_{24}\dot{\boldsymbol{\delta}} - A_{27}\mathbf{Y}_r - A_{28}\mathbf{Y}_r - A_{29}\mathbf{T}_{zf} - A_{2a}\mathbf{T}_{zf} \quad (16)$$

さらに固有ベクトルの基準をヨー角速度ベクトルとし、その向きを実軸の正方向にとれば、ヨー角速度ベクトルは実部だけの単位ベクトルとなる。すなわち、 $\dot{\boldsymbol{\psi}} = 1$ となり、 $\ddot{\boldsymbol{\psi}} = \lambda\dot{\boldsymbol{\psi}} = \lambda$ であるので式(16)は次のようになる。

$$B_{22}\lambda = -B_{21}\ddot{\mathbf{y}}_1 - B_{23}\ddot{\boldsymbol{\phi}} - B_{24}\ddot{\boldsymbol{\delta}} - A_{21}\dot{\mathbf{y}}_1 - A_{22}\dot{\boldsymbol{\psi}} - A_{23}\dot{\boldsymbol{\phi}} - A_{24}\dot{\boldsymbol{\delta}} - A_{27}\mathbf{Y}_r - A_{28}\mathbf{Y}_r - A_{29}\mathbf{T}_{zf} - A_{2a}\mathbf{T}_{zf} \quad (17)$$

式(17)の両辺を係数 B_{22} で除すると、固有値と各要素の関係が次のように得られる。

$$\lambda = -\frac{1}{B_{22}}(B_{21}\ddot{\mathbf{y}}_1 + B_{23}\ddot{\boldsymbol{\phi}} + B_{24}\ddot{\boldsymbol{\delta}} + A_{21}\dot{\mathbf{y}}_1 + A_{22}\dot{\boldsymbol{\psi}} + A_{23}\dot{\boldsymbol{\phi}} + A_{24}\dot{\boldsymbol{\delta}} + A_{27}\mathbf{Y}_r + A_{28}\mathbf{Y}_r + A_{29}\mathbf{T}_{zf} + A_{2a}\mathbf{T}_{zf}) \quad (18)$$

またウォブルモードの固有値の場合には、ウォブルモードの固有ベクトルを操舵系に対する運動方程式に代入すると式(19)が成立する。

$$B_{41}\ddot{\mathbf{y}}_1 + B_{42}\ddot{\boldsymbol{\psi}} + B_{43}\ddot{\boldsymbol{\phi}} + B_{44}\ddot{\boldsymbol{\delta}} + A_{42}\dot{\boldsymbol{\psi}} + A_{43}\dot{\boldsymbol{\phi}} + A_{44}\dot{\boldsymbol{\delta}} + A_{45}\boldsymbol{\phi} + A_{46}\boldsymbol{\delta} + A_{47}\mathbf{Y}_r + A_{49}\mathbf{T}_{zf} + A_{4b}\mathbf{T}_{zf} = 0 \quad (19)$$

左辺第4項に関して表現すると式(20)となる。

$$B_{44}\ddot{\boldsymbol{\delta}} = -B_{41}\ddot{\mathbf{y}}_1 - B_{42}\ddot{\boldsymbol{\psi}} - B_{43}\ddot{\boldsymbol{\phi}} - A_{42}\dot{\boldsymbol{\psi}} - A_{43}\dot{\boldsymbol{\phi}} - A_{44}\dot{\boldsymbol{\delta}} - A_{45}\boldsymbol{\phi} - A_{46}\boldsymbol{\delta} - A_{47}\mathbf{Y}_r - A_{49}\mathbf{T}_{zf} - A_{4b}\mathbf{T}_{zf} \quad (20)$$

固有ベクトルの基準を操舵速度ベクトルとし、その向きを実軸の正方向にとれば操舵速度ベクトルは実部だけの単位ベクトルとなる。すなわち、 $\dot{\boldsymbol{\delta}} = 1$ となり、 $\ddot{\boldsymbol{\delta}} = \lambda\dot{\boldsymbol{\delta}} = \lambda$ であるので式(20)は次のようになる。

$$B_{44}\lambda = -B_{41}\ddot{\mathbf{y}}_1 - B_{42}\ddot{\boldsymbol{\psi}} - B_{43}\ddot{\boldsymbol{\phi}} - A_{42}\dot{\boldsymbol{\psi}} - A_{43}\dot{\boldsymbol{\phi}} - A_{44}\dot{\boldsymbol{\delta}} - A_{45}\boldsymbol{\phi} - A_{46}\boldsymbol{\delta} - A_{47}\mathbf{Y}_r - A_{49}\mathbf{T}_{zf} - A_{4b}\mathbf{T}_{zf} \quad (21)$$

式(21)の両辺を係数 B_{44} で除すると、固有値と各要素の関係が次のように得られる。

$$\lambda = -\frac{1}{B_{44}}(B_{41}\ddot{\mathbf{y}}_1 + B_{42}\ddot{\boldsymbol{\psi}} + B_{43}\ddot{\boldsymbol{\phi}} + A_{42}\dot{\boldsymbol{\psi}} + A_{43}\dot{\boldsymbol{\phi}} + A_{44}\dot{\boldsymbol{\delta}} + A_{45}\boldsymbol{\phi} + A_{46}\boldsymbol{\delta} + A_{47}\mathbf{Y}_r + A_{49}\mathbf{T}_{zf} + A_{4b}\mathbf{T}_{zf}) \quad (22)$$

式(18)と式(22)は固有ベクトル方程式のみにより得られたもので、式(18)よりウィーブモードの、式(22)よりウォブルモードの安定性と振動数が計算できる。式(18)と式(22)に固有ベクトルの情報を代入したものは各項が2次元ベクトルで表現され、力の配置図と呼ぶ。図2にヨー角系に作用する力の配置図、図3に操舵系に作用する力の配置図 ($V = 180\text{km/h}$) の計算例を示す。

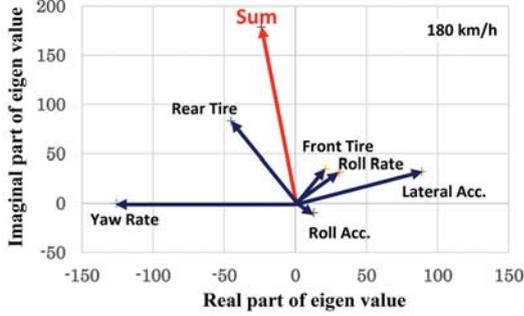


Fig. 2 Configuration of Torques Acting on Yaw System (Weave)

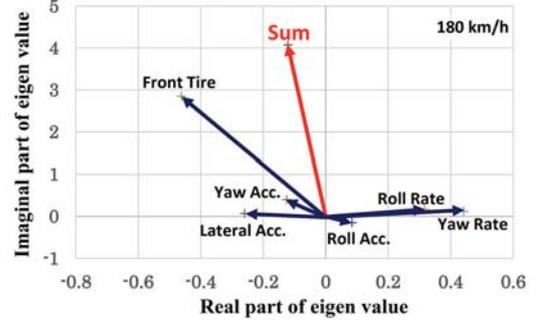


Fig. 3 Configuration of Torques Acting on Steer System (Wobble)

3・2 タイヤに関するベクトル方程式

直進安定性を特徴づける方程式の中には、タイヤ横力等を記述する運動方程式が含まれている。前後タイヤの横力に関する式はそれぞれ、次の式(23)および式(24)である。

$$B_{77}\dot{Y}_f + A_{71}\dot{y}_1 + A_{72}\dot{\phi} + A_{74}\dot{\delta} + A_{75}\phi + A_{76}\delta + A_{77}Y_f = 0 \quad (23)$$

$$B_{88}\dot{Y}_r + A_{81}\dot{y}_1 + A_{82}\dot{\phi} + A_{85}\phi + A_{88}Y_r = 0 \quad (24)$$

これらの式では係数 B_{77} および B_{88} に一次遅れを表す前後タイヤ緩和長 σ_f , σ_r が含まれている。($B_{77} = \sigma_f/\dot{x}_1$ および $B_{88} = \sigma_r/\dot{x}_1$, ここで \dot{x}_1 はタイヤの進行速度である)。

前タイヤの横力に関しては次の固有ベクトル方程式が成り立つ。

$$A_{77}Y_f = -(B_{77}\dot{Y}_f + A_{71}\dot{y}_1 + A_{72}\dot{\phi} + A_{74}\dot{\delta} + A_{75}\phi + A_{76}\delta) \quad (25)$$

後タイヤの横力に対しては次の式が成り立つ。

$$A_{88}Y_r = -(B_{88}\dot{Y}_r + A_{81}\dot{y}_1 + A_{82}\dot{\phi} + A_{85}\phi) \quad (26)$$

タイヤ横力の固有ベクトル Y_f , Y_r の時間微分 \dot{Y}_f , \dot{Y}_r を成分表示形式で求めるとそれぞれ次の式(27)および式(28)である。

$$\dot{Y}_f = \{(\lambda_R X_{7R} - \lambda_I X_{7I}) + i(\lambda_R X_{7I} + \lambda_I X_{7R})\} e^{st} \quad (27)$$

$$\dot{Y}_r = \{(\lambda_R X_{8R} - \lambda_I X_{8I}) + i(\lambda_R X_{8I} + \lambda_I X_{8R})\} e^{st} \quad (28)$$

ここで、 λ_R , λ_I は固有値の実部および虚部を表し、 X_{7R} , X_{7I} , X_{8R} , X_{8I} はそれぞれ前タイヤ横力ベクトルの実部と虚部、後タイヤ横力ベクトルの実部と虚部である。

式(27)を用いて、前タイヤ横力に関する固有ベクトルが満たすべき方程式は実部に関しては

$$\left(\frac{\sigma_f}{\dot{x}_1}\right)(\lambda_R Y_{7R} - \lambda_I Y_{7I}) + A_{71}\dot{y}_{1R} + A_{72}\dot{\phi}_R + A_{74}\dot{\delta}_R + A_{75}\phi_R + A_{76}\delta_R + A_{77}Y_{7R} = 0 \quad (29)$$

となる。同様に虚部に関しては式 (30) になる。

$$\left(\frac{\sigma_f}{\dot{x}_1}\right)(\lambda_R Y_{7I} + \lambda_I Y_{7R}) + A_{71}\dot{y}_{1I} + A_{72}\dot{\phi}_I + A_{74}\dot{\delta}_I + A_{75}\phi_I + A_{76}\delta_I + A_{77}Y_{7I} = 0 \quad (30)$$

ここで、 Y_{7R} (Y_{7I}) は、前タイヤ横力の固有ベクトルの実部(虚部)を示す。同様に、 \dot{y}_{1R} (\dot{y}_{1I})、 $\dot{\phi}_R$ ($\dot{\phi}_I$)、 $\dot{\delta}_R$ ($\dot{\delta}_I$)、 ϕ_R (ϕ_I) は横速度ベクトル、ヨー角速度ベクトル、操舵角速度ベクトル、およびロール角ベクトルの実部(虚部)を表している。タイヤ横力と固有値との関連は、式(29)および式(30)を実部虚部に分けて記述すると次のようになる。

$$A_{77}Y_{7R} = -\{A_{71}\dot{y}_{1R} + A_{72}\dot{\phi}_R + A_{74}\dot{\delta}_R + A_{75}\phi_R + A_{76}\delta_R + \left(\frac{\sigma_f}{\dot{x}_1}\right)(\lambda_R Y_{7R} - \lambda_I Y_{7I})\} \quad (31)$$

$$A_{77}Y_{7I} = -\{A_{71}\dot{y}_{1I} + A_{72}\dot{\phi}_I + A_{74}\dot{\delta}_I + A_{75}\phi_I + A_{76}\delta_I + \left(\frac{\sigma_f}{\dot{x}_1}\right)(\lambda_R Y_{7I} + \lambda_I Y_{7R})\} \quad (32)$$

後輪タイヤ横力の固有ベクトルの実部(虚部)をそれぞれ Y_{rR} (Y_{rI}) とすると後輪タイヤ横力と固有値との関連は以下のようになる。

$$A_{88}Y_{rR} = -\{A_{81}\dot{y}_{1R} + A_{82}\dot{\phi}_R + A_{85}\phi_R + \left(\frac{\sigma_r}{\dot{x}_1}\right)(\lambda_R Y_{rR} - \lambda_I Y_{rI})\} \quad (33)$$

$$A_{88}Y_{rl} = - \{A_{81}\dot{y}_l + A_{82}\dot{\phi}_l + A_{85}\phi_l + \left(\frac{\sigma_r}{\dot{x}_1}\right) (\lambda_R Y_{rl} + \lambda_l Y_{rl})\} \quad (34)$$

図4に式(31-32)にウィーブモードの固有ベクトル(ヨー角速度ベクトルを基準)を代入した場合の前輪タイヤ横力の力の配置図, 図5に式(33-34)にウィーブモードの固有ベクトルを代入した場合の後輪タイヤ横力の力の配置図を示す. 図6に式(31-32)にウォブルモードの固有ベクトル(操舵速度ベクトル基準)を代入した場合の力の配置図を示す.

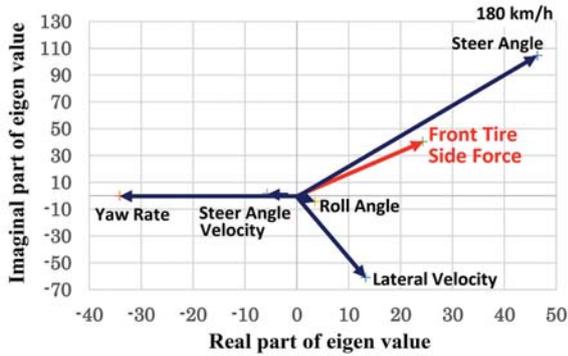


Fig. 4 Configuration of Front Tire Side Force Elements (weave)

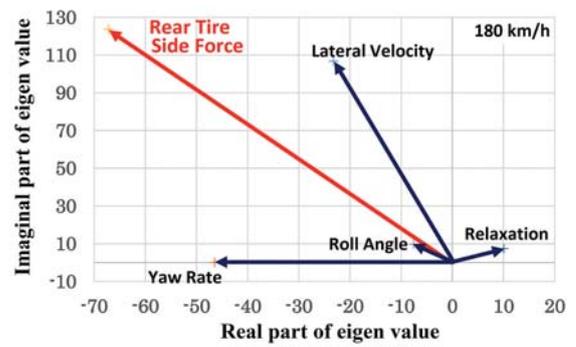


Fig.5 Configuration of Rear Tire Side Force Elements (weave)

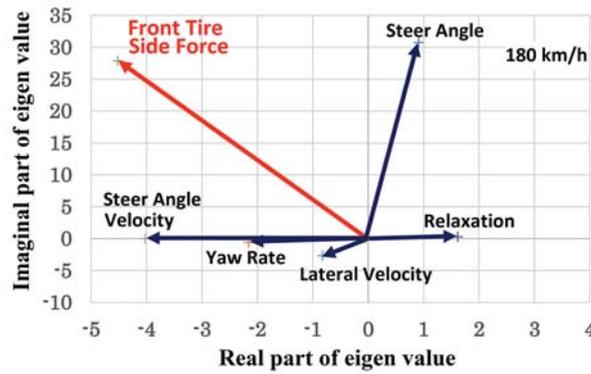


Fig. 6 Configuration of Front Tire Side Force Elements (wobble)

4. 両立性解析手法

4・1 大きさと位相変化

車両諸元変更により, ヨー系(ウィーブモード)と操舵系(ウォブルモード)に作用する力の大きさと位相が変化する. その変化により, それぞれのモードの安定性が変化すると考える.

そこで, 図2および図3に示す力の配置図を基に, 各力の大きさと位相が変化した場合のモードの安定性を整理したものが表1である. 例えば表の第1行目に記載されている横加速度力はウィーブモードの場合には第一象限にあり, このため, 力の大きさが大きくなると, ウィーブモードは不安定になる. また位相が進むと安定化する.

一方ウォブルモードの場合には, 第二象限にあり, 力の大きさが大きくなると安定になり, 位相が進むと安定になることが記されている. 他の行に関しても同様である. また, 図4および図6示すにウィーブモードおよびウォブルモードの前輪タイヤ横力の力の配置図を元に両モードの安定性を整理したものを表2に, 図5に示すウィーブモードの後輪タイヤ横力の配置図を元に安定性を整理したものを表3に示す. このような基本的な事柄を念頭に置いて, 各車両諸元を変更した場合の両モードの安定性の相互関係を議論する.

4・2 両立性解析手法の流れ

両立性解析の手法は4つのステップから構成される. 第1ステップはエネルギー変化を車体運動系の変化とタイヤ系の変化に分けて考え, どちらが主要因であるかを分離する. 第2ステップは車体系が主である場合には, 4自由度(横

運動、ヨー運動、ロール運動、操舵系の運動)のどの自由度が寄与しているか、一方タイヤが主の場合には、前タイヤに原因があるのか、後タイヤが原因なのかを検討する。第3ステップは更に詳細に検討する。特定した力の要素の効果割合(位相効果、大きさ効果)を検討する。第4ステップでは、第3ステップで得られた情報を基に、原因となっている力等と運動方程式の項を対応させ、運動方程式を基に、特性の変化を検討する。

Table 1 Changes in the Position and Stability of the Applied External Force (Weave Mode and Wobble Mode)

	location of the force		Magnitude+		Phase+	
	Weave	Wobble	Weave	Wobble	Weave	Wobble
Lat. Acc. F.	1	2	Unstable	Stable	Stable	Stable
Yaw Acc. F.	-	2	-	Stable	-	Stable
Roll. Acc. F.	4	4	Unstable	Unstable	Unstable	Unstable
Ste. Acc. F.	1	-	Unstable	-	Stable	-
Yaw Rate F.	2	1	Stable	Unstable	Stable	Stable
Roll Rate F.	1	1	Unstable	Unstable	Stable	Stable
Front Side F.	1	2	Unstable	Stable	Stable	Stable
Rear Side F.	2	-	Stable	-	Stable	-

Table 2 Changes in the Position and Stability of the Applied External Force (Front Tire Side Force)

	location of the force		Magnitude+		Phase+	
	Weave	Wobble	Weave	Wobble	Weave	Wobble
Lat. Vel. F.	4	3	Unstable	Stable	Unstable	Unstable
Yaw Rate F.	2	3	Stable	Stable	Stable	Unstable
Ste. Vel. F.	2	2	Stable	Stable	Stable	Stable
Roll. Ang. F.	4	2	Unstable	Stable	Unstable	Stable
Ste. Ang. F.	1	1	Unstable	Unstable	Stable	Stable
Front Relax. F.	4	1	Unstable	Unstable	Unstable	Stable

Table 3 Changes in the Position and Stability of the Applied External Force (Rear Tire Side Force)

Weave	location of the force	Magnitude+	Phase+
Lat. Vel. F.	2	Stable	Stable
Yaw Rate F.	2	Stable	Stable
Roll. Ang. F.	2	Stable	Stable
Rear Relax. F.	1	Unstable	Stable

5. ウィーブモードとウォブルモードの両立性

実用上、一つの車両諸元変更によりウィーブモードとウォブルモードの安定性が同時にどのように変化するのが重要となる。そこで一つの車両諸元を変更した際に両モードの安定性がどのように変化するか検討していく。

最初に、車両諸元変更により固有値の実部がどのように変化するかを概観し、その中から両モードの実部が共に変化する場合を抽出する。抽出したケースを、(1)相反するケース、すなわちウィーブモードが安定化(不安定化)するとウォブルモードが不安定化(安定化)する場合と、(2)両立するケース、すなわち両モードとも同じ安定性変化が生じる場合について解析を行う。

5・1 車両諸元変更による固有値実部変化

4自由度モデル^①を用いて、車両諸元を単独に20%増加した場合のウィーブモードおよびウォブルモードの車速200 km/hにおける固有値の実部変化をまとめたものが図7である。この図のなかで、ウィーブモードを青色の棒で示しウォブルモードの変化は黄色で示されている。この図をみれば、一つの車両諸元の変更で、大きく安定性が変化する場合とあまり変化しない場合があることが分かる。さらに、一方の安定性変化とは逆の変化(相反タイプ)と同じ変化(両立タイプ)、さらに、一方は大きく変化するが、他方はあまり変化しない場合があることが分かる。

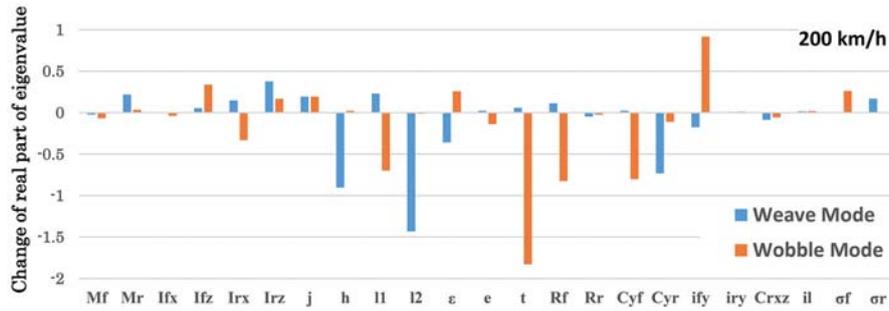


Fig. 7 Change of Real Part of Eigenvalue due to Specification Change

次に、両モードに同時に影響が生じる車両諸元を抽出する。抽出の手法はいくつか考えられるが、ここでは、車両諸元を単独に20%増加した場合の車速200km/hにおけるウィーブモードの固有値実部変化とウォブルモードの固有値実部変化の積を考える。この手法で、積がある程度大きな値になる車両諸元を抽出する。

さらに、この値が正の場合は両立タイプであり、負の場合が相反タイプであることが明瞭になる。図8では、両立する場合を緑色の棒で示し、相反するものを赤い棒で示している。この図を基に、両モードとも大きく固有値の実部が変化する車両諸元を以下のように相反するケースと両立するケースとに分けて選び出す。

(1) 相反する車両諸元

相反するケースで積が比較的大きな値をとる場合は以下の7諸元がある。

- ① I_{rx} , ② l_1 , ③ ϵ , ④ t , ⑤ R_f , ⑥ C_{yf} , ⑦ i_{fy}

(2) 両立タイプ

両立するケースは以下の6諸元がある。

- ⑧ M_r , ⑨ I_{fz} , ⑩ I_{rz} , ⑪ j , ⑫ l_2 , ⑬ C_{yr}

それ以外は、積が小さく諸元変更により両モードが同時に影響を受ける可能性が低いケースであると考えられる。



Fig. 8 Product of Eigenvalue Real Part Change due to Specification Change

5・2 両立性解析例

ここでは、上述の固有ベクトル方程式を用いた解析手法を適用し、ウィーブモードとウォブルモードの両立性について検討する。例として、メインフレームのz軸まわりの慣性モーメント I_{rz} を20%増加した場合の結果を議論する。

図9に I_{rz} を20%増加した場合の固有値実部変化を車速ごとに示す。全速度域でウィーブモードおよびウォブルモードとも不安定化していることがわかる。

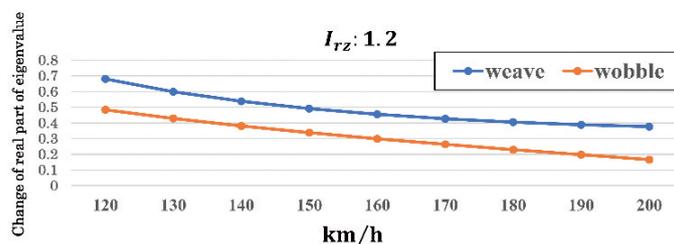


Fig. 9 Real part change of eigenvalue by coefficient change

図10に $I_{rz}=1.2$ のエネルギー値から $I_{rz}=1$ の値を引いたものを車体系とタイヤ系に分けて示す。なお、ウィーブモードに対し、ウォブルモードのエネルギー変化は小さい。比較しやすいようにウォブルモードのエネルギー合計値をウィーブモードと一致するように係数をかけて調整している（図11、図12、図13、図14も同様）。この図をみると両モードとも車体系のエネルギー変化により安定性が変化していることがわかる。

図11に自由度別寄与を示す。両モードともロール系の自由度の運動による力がメインであることを示している。図12より詳細要因をみると両モードともロールレイト力が不安定化に寄与していることがわかる。

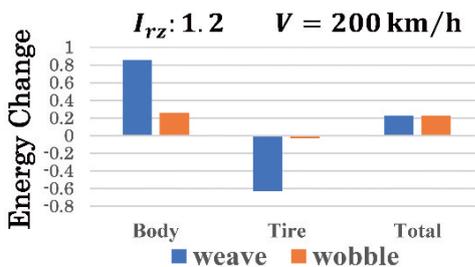


Fig. 10 x Component of Body and Tire ($I_{rz}=1.2$)

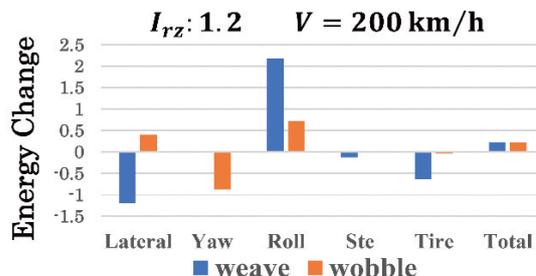


Fig. 11 Energy Change by Degree of Freedom ($I_{rz}=1.2$)

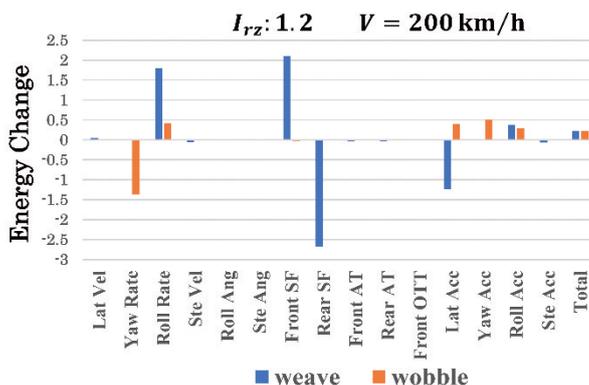


Fig. 12 Detailed Energy Change ($I_{rz}=1.2$)

次に、これらの結果が、力の大きさ変化により生じたものであるか位相の変化により生じたものか分離する。図13および図14はこれらの結果が、力の大きさ変化により生じたものであるか位相の変化により生じたものかを示している。両モードともロールレイト力の大きさ効果が主となる。

主効果が生じた原因を運動方程式と固有ベクトルの変化を元に判断する。大きさ部分の変化は方程式の係数部分と固有ベクトルの大きさにより構成される。その詳細を図15と図16に示す。これらの図の左側の棒グラフが I_{rz} の値変化前と変化後の方程式の係数の変化を表し、右側の棒グラフが固有ベクトルの大きさの変化を表している。固有ベクトルの大きさ変化は、 I_{rz} の値変化後の固有ベクトルの値を変化前の値で割ったものである。ウィーブモードの場合ロールレイト力の変化は運動方程式の係数変化は1であり係数は変化していない。一方で固有ベクトルの大きさは1.09倍となっており、ロールレイト力の変化はロールレイト固有ベクトルの大きさが変化した結果、不安定化したといえる。ウォブルモードのロールレイト力の変化は運動方程式の係数変化は1であり、固有ベクトルの大きさは1.09倍となっており、固有ベクトルの大きさが拡大することにより不安定化したと解釈できる。このように上述の4段階で進める解析手法を他の車両諸元にも適用し、表4に相反タイプの車両諸元、表5に両立タイプの諸元をまとめている。

表4より相反する変化をする諸元は前フレームの諸元に多い（前フレームの諸元6諸元、後フレームの諸元1諸元）。さらに相反する変化を示す前フレームの諸元の特徴は運動方程式の係数に直結したのことが多い。これは、固有ベクトルと別個の問題であり、ウィーブモードとウォブルモードが両立しないとの従来からの経験則を裏付けている可能性が高い。また相反タイプのもので、メインフレームの諸元変化は、固有ベクトルの変化を通じたものである。

表5より両立する変化をする諸元はメインフレームの諸元が多くなっており、固有ベクトルの変化により安定性が変化している場合が多い。特にウォブルモードはすべて固有ベクトルの変化によるものである。

今回の解析例は車速200km/hでの結果となるが、他の車速（120km/h～190km/h）においても定性的に同じ結果となる。

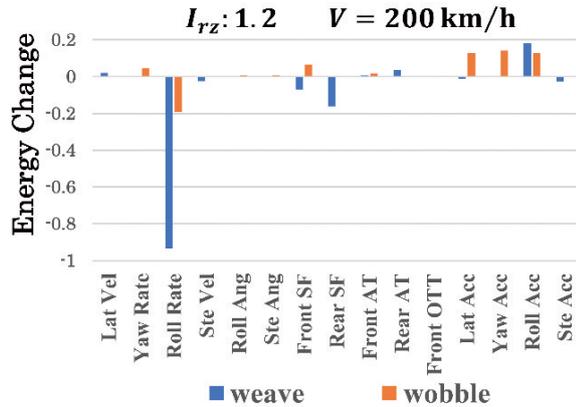


Fig. 13 Phase effect (Weave and Wobble)

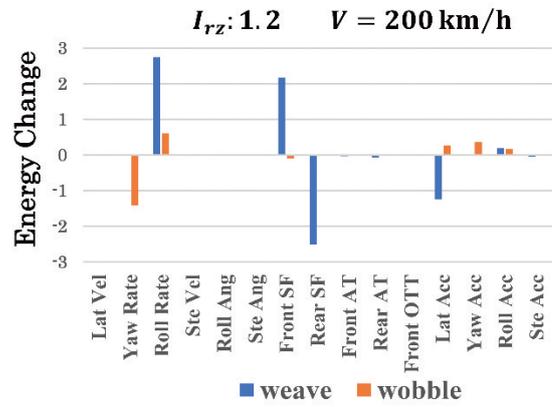


Fig. 14 Size effect (Weave and Wobble)

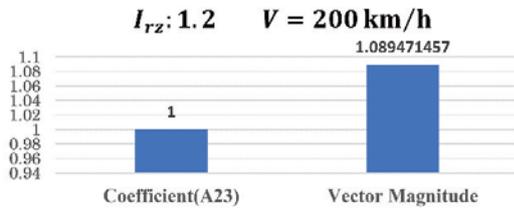


Fig. 15 Coefficient and Eigen Vector Change concerning Roll Rate Force acting to Yawing Freedom (Weave)

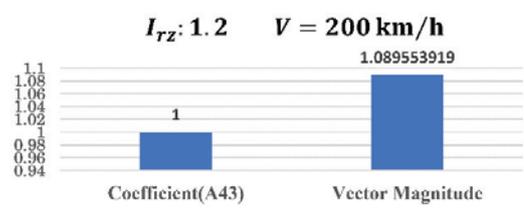


Fig. 16 Coefficient and Eigen Vector Change Concerning Roll Rate Force Acting to Steering Freedom (Wobble)

6. 結 語

車両諸元変更により固有値の実部がウィーブモードとウォブルモード共に変化する場合を抽出し、ウィーブモードが安定化（不安定化）するとウォブルモードが不安定化（安定化）する相反タイプと両モードとも同じ安定性変化が生じる両立タイプについての解析を行った。その結果を簡単にまとめると、以下のようになる。

- (1) 相反する変化を示す諸元は前フレームの諸元に多い。
- (2) 相反する変化を示す前フレームの諸元は運動方程式の係数に直接変化を及ぼしている場合が多い。
- (3) 両立タイプはメインフレームの諸元が多い。
- (4) 両立タイプのものは固有ベクトルの変化により安定性が変化している場合が多い。

今回使用した解析手法の課題は固有ベクトルの計算がブラックボックスになっており、固有ベクトルの変化の原因について根本的な原因を突き止めることができていないことである。この問題が解消されれば、ウィーブモードとウォブルモードの発生機構がより詳細に理解できると考えられる。

文 献

- (1) R. S. Sharp: The Stability and Control of Motorcycles, Journal of Mechanical Engineering Science, Vol.13, No.5, p.316-329 (1971)
- (2) 片山硬, 西見智雄: エネルギフロー法による二輪車のウォブルモードの解析, 自動車技術会論文集, No. 46, p. 67-72 (1990).
- (3) Y. Marumo and T. Katayama: Analysis of Motorcycle Weave Mode by using Energy Flow Method, Journal of Mechanical Systems for Transportation and Logistics, Vol.2, No.2, p.157-169 (2009)
- (4) 丸茂喜高, 片山硬: エネルギフロー法を用いた二輪車の直進安定性向上に関する研究 (ロール角加速度フィードバックによる操舵トルク制御の検討), 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 71, No. 704, p. 135-141 (2005)

Table 4 List of reciprocal type stability changes

① Moment of inertia of the Main frame (x-axis)		
$I_x = 1.2, 200 \text{ km/h}$	Weave	Wobble
Stability Change	Unstable	Stable
Body or Tire	Body	Body
Details	Lat. Acc. F.	Roll Rate F.
By effect	Vector Magnitude	Vector Magnitude
② Distance between Main frame and front axle		
$l_1 = 1.2, 200 \text{ km/h}$	Weave	Wobble
Stability Change	Unstable	Stable
Body or Tire	Front tire	Front tire
Details	Ste. Ang. F.	Yaw Rate F.
By effect	Coefficient Mag.	Coefficient Mag.
③ Caster angle		
$\epsilon = 1.2, 200 \text{ km/h}$	Weave	Wobble
Stability Change	Stable	Unstable
Body or Tire	Front tire	Body
Details	Ste. Ang. F.	Yaw Rate F.
By effect	Vector phase	Coefficient Mag.
④ Mechanical trail		
$t = 1.2, 200 \text{ km/h}$	Weave	Wobble
Stability Change	Unstable	Stable
Body or Tire	Body	Front tire
Details	Roll Rate F.	Ste. Vel. F.
By effect	Vector Magnitude	Coefficient Mag.
⑤ Front wheel turning radius		
$R_f = 1.2, 200 \text{ km/h}$	Weave	Wobble
Stability Change	Unstable	Stable
Body or Tire	Body	Body
Details	Roll Rate F.	Roll Rate F.
By effect	Vector Magnitude	Coefficient Mag.
⑥ Front tire cornering power		
$C_{yf} = 1.2, 200 \text{ km/h}$	Weave	Wobble
Stability Change	Unstable	Stable
Body or Tire	Front tire	Front tire
Details	Ste. Ang. F.	Ste. Vel. F.
By effect	Coefficient Mag.	Coefficient Mag.
⑦ Moment of inertia of front wheel (y-axis)		
$i_{yf} = 1.2, 200 \text{ km/h}$	Weave	Wobble
Stability Change	Stable	Unstable
Body or Tire	Body	Body
Details	Ste. Vel. F.	Roll Rate F.
By effect	Coefficient Mag.	Coefficient Mag.

Table 5 List of compatible type stability changes

⑧ Mass of Main frame		
$M_f = 1.2, 200 \text{ km/h}$	Weave	Wobble
Stability Change	Unstable	Unstable
Body or Tire	Body	Front tire
Details	Lat. Acc. F.	Lat. Vel. F.
By effect	Vector Magnitude	Vector phase
⑨ Moment of inertia of front frame (z-axis)		
$i_{fz} = 1.2, 200 \text{ km/h}$	Weave	Wobble
Stability Change	Unstable	Unstable
Body or Tire	Front tire	Front tire
Details	Ste. Ang. F.	Lat. Vel. F.
By effect	Vector phase	Vector Magnitude
⑩ Moment of inertia of Main frame (z-axis)		
$i_{rz} = 1.2, 200 \text{ km/h}$	Weave	Wobble
Stability Change	Unstable	Unstable
Body or Tire	Body	Body
Details	Roll Rate F.	Roll Rate F.
By effect	Vector magnitude	Vector magnitude
⑪ Height Center of Gravity of Front frame		
$j = 1.2, 200 \text{ km/h}$	Weave	Wobble
Stability Change	Unstable	Unstable
Body or Tire	Body	Body
Details	Roll. Acc. F.	Roll Rate F.
By effect	Coefficient Mag.	Vector magnitude
⑫ Distance between Main frame and Rear axle		
$l_2 = 1.2, 200 \text{ km/h}$	Weave	Wobble
Stability Change	Stable	Stable
Body or Tire	Rear tire	Body
Details	Yaw Rate F.	Yaw Acc. F.
By effect	Coefficient Mag.	Vector Magnitude
⑬ Rear tire cornering power		
$C_{yr} = 1.2, 200 \text{ km/h}$	Weave	Wobble
Stability Change	Stable	Stable
Body or Tire	Rear tire	Body
Details	Yaw Rate F.	Roll Rate F.
By effect	Coefficient Mag.	Vector Magnitude