

〔論 文〕

# 杭の水平耐力に関する解析的研究

(その1 解析モデルの提案)

松本 豊<sup>\*1</sup>・上原 修一<sup>\*1</sup>

## Analytical Study on the Ultimate Strength of Pile Foundations (Part 1 A proposal of analysis model)

Yutaka MATSUMOTO<sup>\*1</sup>, Shuichi UEHARA<sup>\*1</sup>

### Abstract

This study presents a proposal of analysis model that would make it possible to demand the ultimate strength of the pile foundation by applying a discrete multi-spring to the load increment analytical method. The reinforced concrete piles were analyzed using the analysis model and multiframe. The applicability of the analysis model's elastic stress was examined by comparing the analysis results. The analysis results were then compared with the existing experimental results of the PHC pile. The applicability of the ultimate strength by the analysis model is discussed in this paper.

**Key Words** : pile foundation, ultimate strength, discrete multi spring model, analytical algorithm

### 1. はじめに

我が国の耐震設計法は、1981年の建築基準法の改正において上部構造の設計に保有水平耐力計算が導入され、終局時の強度と変形を考慮した終局強度設計を行うようになった。これにより、上部構造では、従来の許容応力度設計（1次設計）と新たに終局強度設計（2次設計）を加えた2段階の設計法が義務化された。建築物の耐震設計に用いられている終局強度解析では、骨組構造物に作用している荷重が増加すると、骨組内の大きな応力が生じる。そして、骨組部材から部分的に全塑性モーメントに達して塑性ヒンジが形成されると仮定する。この塑性ヒンジは、その部分の全塑性モーメントを保持したまま自由に回転できるヒンジ機構である。さらに、荷重が増加すると構成部材の他の部分が全塑性モーメントに達し塑性ヒンジが形成されていく。このようにして全構成部材に順次塑性ヒンジが形成され、遂には不安定構造となり骨組構造物は崩壊に至るとして、この時の崩壊荷重を保有水平耐力と定義している。（以下、荷重増分解析法<sup>(1)</sup>と呼ぶ）

一方、下部構造の耐震設計に関しては、1984年に建設省住宅局建築指導課より「地震力に対する建築物の基礎の設計指針」<sup>(3)</sup>の通達が出された。その後、2001年の建築基準法の改正に伴い、杭基礎の許容応力度設計（1次設計）が義務化された。杭の耐震設計に用いられている許容応力度解析では、上部構造と下部構造を分離させ、上部構造の骨組構造物に作用させたときの支点反力を杭基礎の設計用荷重として、地盤と杭単独の解析モデルに作用させる。

この解析モデルより得られた応力度と短期許容応力度を比較することで、地震に対する安全性を検討している。

2011年の東北地方太平洋沖地震および2016年熊本地震における基礎被害<sup>(4),(5),(6)</sup>ではコンクリート系杭の杭頭部にせん断破壊が生じて傾斜し、継続使用が困難となった。しかしながら、これまで下部構造については現行の許容応力度設計のみでも人命にかかわる被害がほとんど生じていないと考えられているため、大地震に対する検討を行う終局強度設計は法的に義務化<sup>(7)</sup>されておらず、現在に至るまで許容応力度設計に留まっている。

そこで、本論の目的は、単杭に作用する地盤剛性を離散ばねで評価し、上部構造で用いられている荷重増分法により杭の水平耐力を求めることが可能な解析モデル（以下、本解析モデルと呼ぶ）の提案を行う。本解析モデルと市販の線形任意フレーム解析プログラムを用いて基礎構造設計指針<sup>(8)</sup>に記載されている計算例に示される、場所打ちコンクリート杭の弾性解析を行い、両者の解析結果を比較し本解析モデルの適用性を検討する。次に、PHC杭の既往実験結果<sup>(9)</sup>

<sup>\*1</sup> 建築・設備工学科  
令和2年10月7日受理

と本解析結果を比較し、本解析モデルによる単杭の水平耐力の適用性を検討する。

## 2. 離散ばねを考慮した平面骨組要素モデルの定式化

平面骨組構造物を対象としたマトリックス構造解析法<sup>(1), (10)~(12)</sup>は、従来の変位法と応力法がある。本論では、前者の変位法を用いて組みの変位を仮定し、カステリアーノの定理を介することにより齊次方程式を組み立てる方法を使用する。

### 2・1 要素モデルと座標

図1に変形前と変形後の骨組を構成する部材と座標を示す。一様な断面、長さLから成る直線部材について平面骨組要素モデルの定式化を考える。基準座標  $x'$ ,  $y'$  軸に対し角度  $\beta$  だけ傾おり、その  $i$  端から  $j$  端に向かって部材座標  $x$  軸をとる。

$p_{xi}$ ,  $p_{yi}$ ,  $m_i$  と  $p_{xj}$ ,  $p_{yj}$ ,  $m_j$  は、部材座標系で表した  $i$  端と  $j$  端の節点荷重ベクトル  $\{f\}$  および  $u_i$ ,  $v_i$ ,  $\theta_i$  と  $u_j$ ,  $v_j$ ,  $\theta_j$  は、 $i$  端と  $j$  端の節点変位ベクトル  $\{u\}$  で、次のように定義する。上添字  $T$  は転置を表す。

$$\{f\} = \{p_{xi} \ p_{yi} \ m_i \ p_{xj} \ p_{yj} \ m_j\}^T \quad (1)$$

$$\{u\} = \{u_i \ v_i \ \theta_i \ u_j \ v_j \ \theta_j\}^T \quad (2)$$

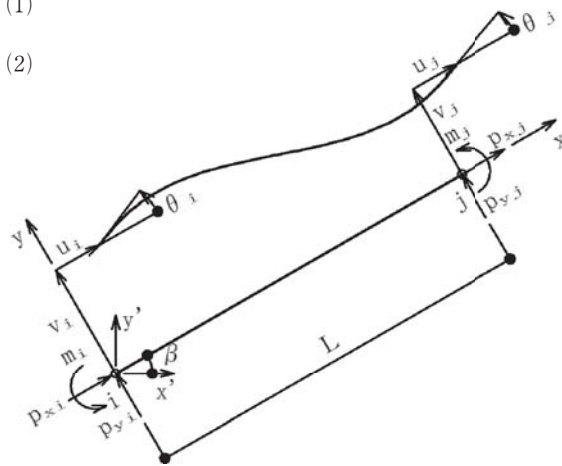


Fig. 1 Load and displacement by the coordinate system

### 2・2 要素の変位関数

変形前の要素材軸上における  $x$  点の要素局所座標の  $x$  方向変位を  $u$ ,  $y$  方向変位を  $v$  で表す。要素材軸方向の伸縮は一樣であるから、 $x$  方向変位を  $u$  は  $x$  の 1 次関数で仮定すると考え、

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x \quad (3)$$

とする。 $y$  方向変位  $v$  を  $x$  の 3 次関数で仮定する。

$$v = \alpha_3 + \alpha_4 x + \alpha_5 x^2 + \alpha_6 x^3 \quad (4)$$

また、たわみ角  $\theta$  は

$$\theta = \alpha_4 + 2\alpha_5 x + 3\alpha_6 x^2 \quad (5)$$

と表すことができる。ここに、 $\alpha_i$  は未定係数であり、これらを成分とする未定係数ベクトルを次のように定義する。

$$\{\alpha\} = \{\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \alpha_4 \ \alpha_5 \ \alpha_6\}^T \quad (6)$$

ここで、節点  $i$ ,  $j$  の要素変位ベクトル変位について考える。式(4)は、節点  $i$  点で  $x=0$ ,  $u=u_i$ ,  $v=v_i$ ,  $\theta=\theta_i$ 。節点  $j$  点で  $x=L$ ,  $u=u_j$ ,  $v=v_j$ ,  $\theta=\theta_j$  の境界条件より決定させる。上添字  $-1$  は逆行列を表す。

$$\{u\} = [C] \{\alpha\} \tag{7a}$$

$$\{\alpha\} = [C]^{-1} \{u\} \tag{7b}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L & L^2 & L^3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2L & 3L^2 \end{bmatrix} \quad [C]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{L^2} & -\frac{2}{L} & 0 & \frac{3}{L^2} & -\frac{1}{L} \\ 0 & \frac{2}{L^3} & \frac{1}{L^2} & 0 & -\frac{2}{L^3} & \frac{1}{L^2} \end{bmatrix}$$

### 2・3 ひずみエネルギー

ひずみエネルギーを要素の図心上の任意点の変位で表すと

$$U = \frac{1}{2} E \{ A \int_0^L (\dot{u})^2 dx + I \int_0^L (\ddot{v})^2 dx \} \tag{8}$$

であり、Eは弾性係数、Aは断面積、Iは材軸に関する断面2次モーメントである。

ここで、

$$\dot{u} = \alpha_2 = -\frac{1}{L} u_i + \frac{1}{L} u_j \tag{9a}$$

$$\ddot{v} = 2\alpha_5 + 6\alpha_6 x = 2 \left( -\frac{3}{L^2} v_i - \frac{2}{L} \theta_i + \frac{3}{L^2} v_j - \frac{1}{L} \theta_j \right) + 6 \left( \frac{2}{L^3} v_i + \frac{1}{L^2} \theta_i - \frac{2}{L^3} v_j + \frac{1}{L^2} \theta_j \right) x \tag{9b}$$

とする。これらを式(8)に代入すると、ひずみエネルギーを節点変位で表せられる。

$$U = \frac{1}{2} E \left( \frac{A}{L} u_i^2 - \frac{2A}{L} u_i u_j + \frac{A}{L} u_j^2 + \frac{12I}{L^3} v_i^2 + \frac{12I}{L^2} v_i \theta_i - \frac{24I}{L^3} v_i v_j + \frac{12I}{L^2} v_i \theta_j + \frac{4I}{L} \theta_i^2 - \frac{12I}{L^2} \theta_i v_j + \frac{4I}{L} \theta_i \theta_j + \frac{12I}{L^3} v_j^2 - \frac{12I}{L^2} v_j \theta_j + \frac{4I}{L} \theta_j^2 \right) \tag{10}$$

### 2・4 節点力と節点変位の関係

カステリアーノの定理を介して式(10)を各変位で偏微分をすることで、式(12)が得られる。

$$\{f\} = [k] \{u\} \tag{11}$$

ここで、剛性マトリックスは、

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ & & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ & & & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \text{sym.} & & & & & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \tag{12}$$

### 2・5 塑性ヒンジの導入

本解析モデルは、曲げモーメントと軸力が卓越する杭材に、一方向荷重の節点荷重が作用する場合の水平耐力を求めるもので杭材の曲げモーメントが全塑性モーメントに達する毎に、塑性ヒンジの発生の追跡を行いながら節点外力を漸増させる増分解析法である。杭材は図2のように杭断面の曲げモーメント  $M-\phi$  曲率関係において、原点より全塑性モーメント  $M_p$  では直線、 $M_p$  に達した場合の曲率  $\phi_p$  より先は、一定の全塑性モーメント  $M_p$  のもとに曲率  $\phi$  が無制限に増加するバイリニアードでモデル化する。

この理想化した  $m-\phi$  関係では、全塑性モーメント  $M_p$  までは弾性計算が成立し、 $M_p$  に達すると塑性ヒンジを生じ、その点の周りに一定モーメント  $M_p$  を保持しながら回転する。

そこで、節点  $i, j$  側に各々塑性ヒンジが発生した場合の剛性マトリックスを求める。

まず、節点  $i$  の側が塑性ヒンジの場合は、2・2節の式(3), (4), (5)の未定係数ベクトルを決定するための境界条件を  $x=0, u=u_i, v=v_i, m_i=0$  とし  $x=L, u=u_j, v=v_j, \theta=\theta_j$  とすることにより式(13)が求められる。

次に、節点  $j$  の側が塑性ヒンジの場合は、境界条件を  $x=0, u=u_i, v=v_i, \theta=\theta_i$  とし  $x=L, u=u_j, v=v_j, m_j=0$  とすることにより式(14)が求められる。

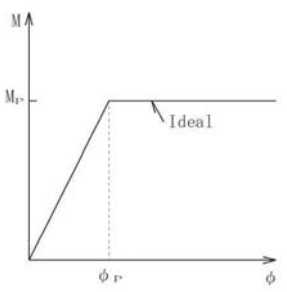


Fig. 2 M- $\phi$ relation

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ \frac{3EI}{L^3} & 0 & 0 & -\frac{3EI}{L^3} & \frac{3EI}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3EI}{L^3} & -\frac{3EI}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3EI}{L^2} & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

[sym.]

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ \frac{3EI}{L^3} & \frac{3EI}{L^2} & 0 & -\frac{3EI}{L^3} & 0 & 0 \\ \frac{3EI}{L} & 0 & -\frac{3EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3EI}{L^3} & -\frac{3EI}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3EI}{L^2} & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

[sym.]

### 2・6 離散ばねモデルの導入

図3に節点  $i, j$  端に地盤剛性を評価できるモデル示した。地盤剛性を評価するため2・4節で求められた式(12)の剛性マトリックスの対角行列に地盤の剛性を新たに導入する。

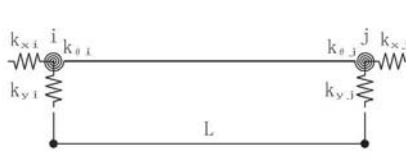


Fig. 3 Discrete multi spring model

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} + k_{xi} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} + k_{yi} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} + k_{\theta_i} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ \frac{EA}{L} + k_{xi} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} + k_{xj} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} + k_{yj} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} + k_{\theta_j} \end{bmatrix} \quad (15)$$

[sym.]

### 2・7 基準座標と部材座標の座標変換

2・2節において  $i$  端の  $p_{xi}, p_{yi}, m_i$  は、部材座標で表した部材端荷重ベクトルの要素である。これを基準座標で表すと  $p_{xi}', p_{yi}', m_i'$  となる。  $m_i'$  は  $m_i$  と等しいが  $p_{xi}', p_{yi}'$  は図1に示したような幾何学的な関係にある。部材座標の  $x$  軸が基準座標の  $x'$  軸に対し  $\beta$  だけ傾いているとき、両者の関係を次のように表す。

$$p_{xi}' = p_{xi} \cos\beta - p_{yi} \sin\beta \quad (16)$$

$$p_{yi}' = p_{xi} \sin\beta + p_{yi} \cos\beta \quad (17)$$

$$m_i = m_i' \quad (18)$$

$j$  端も同様に表すことできる。この関係式をまとめて座標変換マトリックスで次のように表される。

$$[T] = \begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -s & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$c = \cos\beta, s = \sin\beta$

座標変換マトリックスを用いて荷重と変位の座標変換は次のように表される。

$$\{f'\} = [T] \{f\} \quad (20)$$

$$\{u\} = [T]^T \{u'\} \quad (21)$$

### 3. 離散ばねについて

2015年版建築物の構造関係技術基準解説書<sup>(7)</sup>（以下、構造解説書と呼ぶ）における標準貫入試験やボーリング孔内水平載荷試験等に基づく物性値を用いた式(22)の地盤反力係数が記載されている。先ず研究の第一段階として、構造解説書の地盤反力係数を2・5節の式(15)の $k_{vi}$ あるいは $k_{vj}$ に採用して杭の水平耐力時の挙動を検討する。

$$k_h = 80E_0B^{-\frac{3}{4}} \quad (22)$$

ここで

$k_h$  : 水平地盤反力係数 (kN/m<sup>3</sup>)

$E_0$  : 700N (kN/m<sup>3</sup>)

N : 対象土層の平均 N 値

B : 杭径 (cm)

### 4. 解析アルゴリズム

図4は解析アルゴリズムのフローチャートである。このフローチャートについて説明する。先ず、INPUTで本解析に必要なデータの入力と入力データの出力を行い、CALCNEにて杭材の各節点に接続する部材数の計算を行う。MATRIXで境界条件を無視した状態で、全体剛性マトリックス作成を行う。SPRINGでは、各節点の離散ばねを読み込み全体剛性マトリックスに足している。BOUNDで、境界条件を導入して全体剛性マトリックスと荷重項修正を行い、INVERTにて逆マトリックスを作成する。逆マトリックスを求めるにはコレスキー法を用いている。もし、逆行列が存在しなければ、崩壊過程の各ステップの結果を出力させ終了する。

次に、DISPでは、各ステップで加える単位節点外力による節点変位の計算を行う。節点変位は、結果として基準座標系で表されたものとなっているが、サブルーチン中に、任意傾斜ローラー支点の変位のみ部材座標系の表現から基準座標系への変換を行う部分が含まれている。COLAPは、杭材の崩壊の判断を行うサブルーチンである。崩壊判断は、単位外力作用節点の変位が急激に増大したか否かによって行う。詳細には、外力作用節点での単位外力とその外力方向変位との比である剛性が、弾性時の剛性( $K_0$ )と崩壊過程での剛性( $K$ )との間に、 $K/K_0 \leq RSTIF$  (例えば $RSTIF = 0.005$ )の関係となった場合に、骨組は崩壊であると判断する。

次に、STRESSでは部材座標系での剛域端部応力の計算を行う。RIPICでは、前ステップのサブルーチンIPICで、節点回りの部材全てが、その節点側で剛域を持たず、かつ、全塑性モーメント $M_p$ となった場合、節点回りの部材端のどれか1本の接合状態を剛域とする。したがって、この剛接合とした部材を元のヒンジ接合部材の状態に戻す。そして、全体剛性マトリックスの逆変換が存在し、骨組が崩壊状態でなく、かつ繰返し計算回数が許容繰返し回数以内であれば、次のサブルーチンINCREの計算を行う。そうでなければ、繰返し数を印刷して③へ移行する。

INCREでは、崩壊過程における増分外力を求めるための係数の計算を行う。この係数は、各ステップの各部材の剛域端について、許容される曲げモーメント増分を単位節点外力による曲げモーメントで除した値中の最小値である。この最小値となる剛域端が次のヒンジの発生する剛域端であり、増分外力は、単位節点外力にこの係数を掛けたものである。そして、単位節点外力が極小であれば終了する。

次に、MODIFYでは、新たなヒンジの発生時点について、以下の(1)、(2)を実行させる。

(1)現時点までに加える節点外力と生じた節点変位、および部材の剛域端応力を求める。詳細は、前ステップの節点外力、節点変位、剛域端応力に、今回の増分量を加えてこの時点の各々の値を求める。

(2)現時点で剛域端の曲げモーメントの値が全塑性モーメントに近い値であるか否かの判断をし、近い剛域端については、塑性ヒンジとして処理すること。詳細は、現ステップでの剛域端応力が、全塑性モーメントのBETA係数(例えば $BETA = 0.95$ )を乗じた値より大きい場合に、その剛域端は塑性ヒンジとなったと判断し、部材の剛域端部の接合状態をピン接合とする。

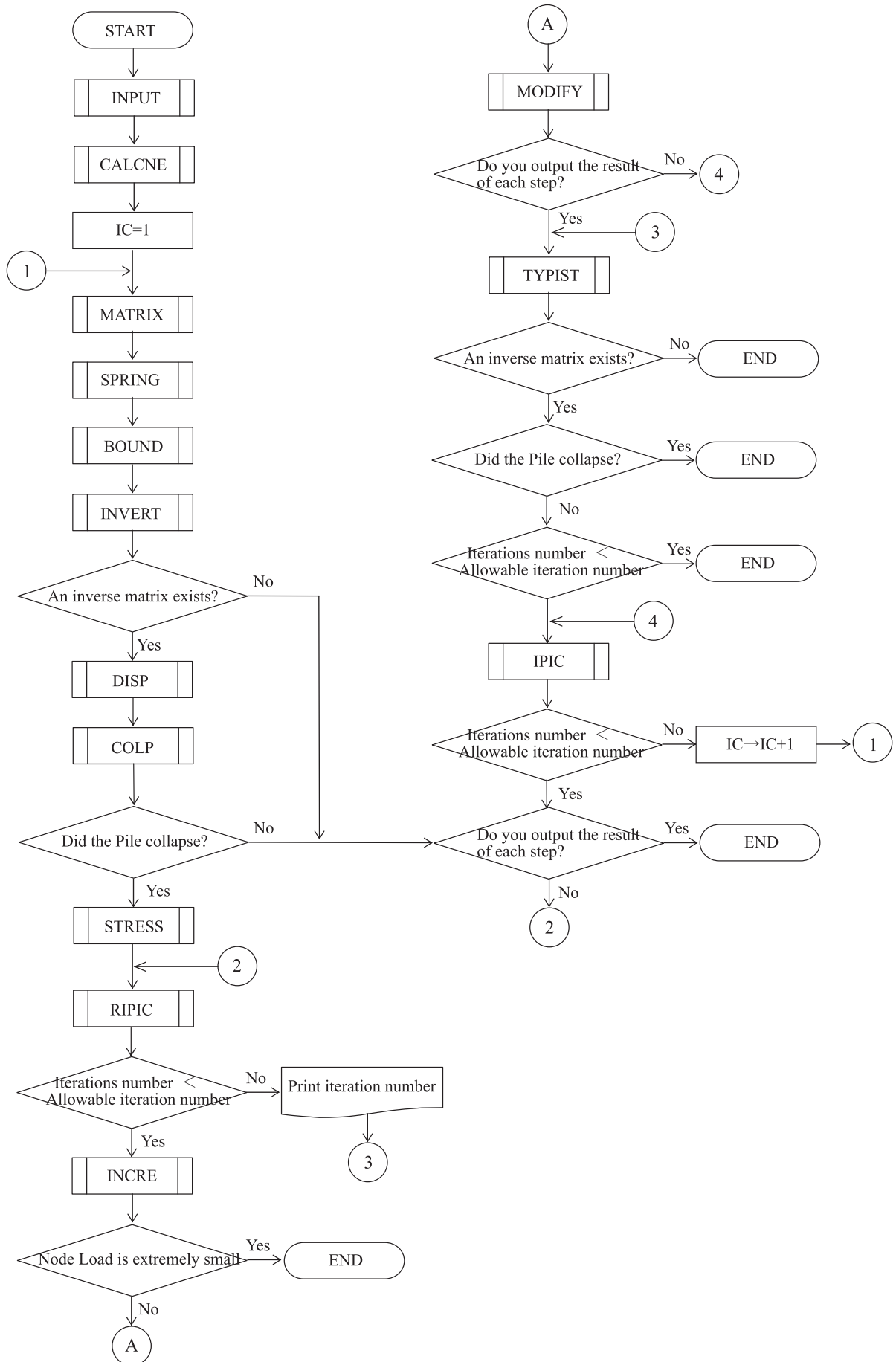


Fig. 4 Flowchart of analytical algorithm



TYPIST では、崩壊過程において新しいヒンジが発生した時点、または最終崩壊時において、節点外力、節点変位、剛域端応力、および各部材のヒンジ発生状況を出力する。その際に、全体剛性マトリックスの逆変換が不可能な場合、杭材が崩壊状態である場合、反復計算回数が許容反復計算回数を越えた場合は、終了する。

次に、IPIC では、ある節点回りの部材全てが、その節点側で剛域を持たず、かつ全塑性モーメントとなった場合に、節点回りの部材端をどれか一剛接合として処理する。そして、反復計算回数が許容反復計算回数を越える場合は終了する。そうでなければ、荷重を増分させ次のステップに移行する。

著者が提案した解析アルゴリズムの最大の特徴は、上部構造で用いられている荷重増分解析法を下部構造にも適用できるように剛性マトリックスに新たに離散ばねのサブルーチン SPRING を組み込んでいる。これにより水平方向の地盤剛性を入力することで、下部構造の応力および変位が求めることが可能になった点にある。また、下部構造では多層地盤の剛性を各層ごとに評価する為、多くの節点数と部材数が必要となる。そこで、節点数 NNODE および部材数 NMEMB をそれぞれ200、300に拡張させた。

### 5. 弾性解析の適用性

本解析モデルの適用性を検討するため、建築基礎構造設計指針に記載されている計算例を本解析モデルと市販の線形任意フレーム解析を用いて弾性解析を行う。本解析モデルと線形任意フレーム解析の解析結果との比較を行い、解析モデルの適用性を検討する。市販の線形任意フレーム解析は、(株)フォーラムエイト Multiframe Advanced ver. 17.00.05.47 を用いる。

#### 5・1 解析例

図5には、ボーリング調査結果と杭の位置関係を示す。この図より、地盤構成は、GL-15.0mまで、N値4~13のシルト混り砂、GL-15~-20mまで、N値23~53のシルト混り砂礫である。GL-21~-31mまで、N値3~20のシルト質粘土である。GL-31~-35mまで、N値11~49のシルト質砂である。GL-35m以深ではN値60以上のシルト混り砂礫である。この層が杭の支持層である。地下水位（孔内水位）は、GL-5.0mである。杭は、軸径1.6m、先端有効径2.7mの場所打ちコンクリート拡底杭とし、地表面からの杭頭の深さは10m、杭先端の深さは36mとする。

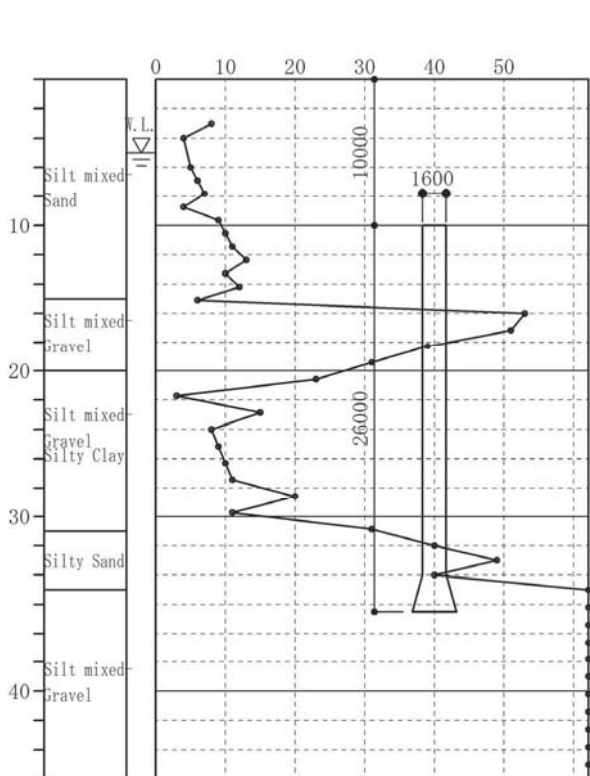


Fig. 5 Soil profile

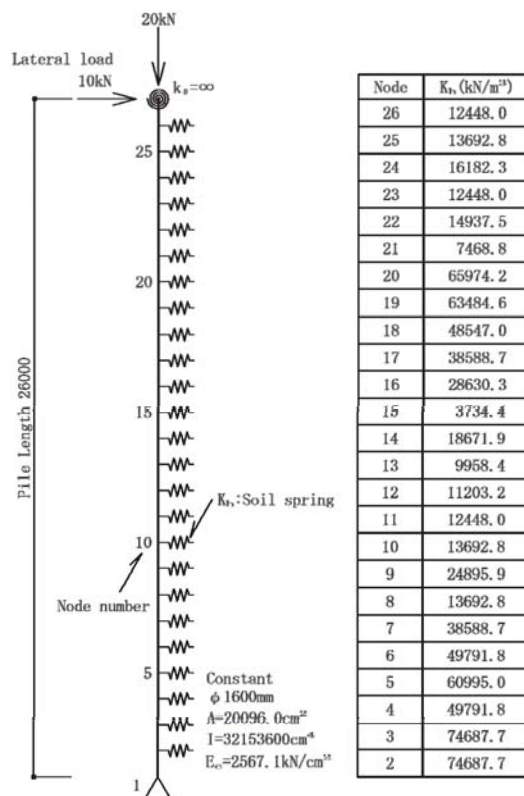


Fig. 6 Analytica model

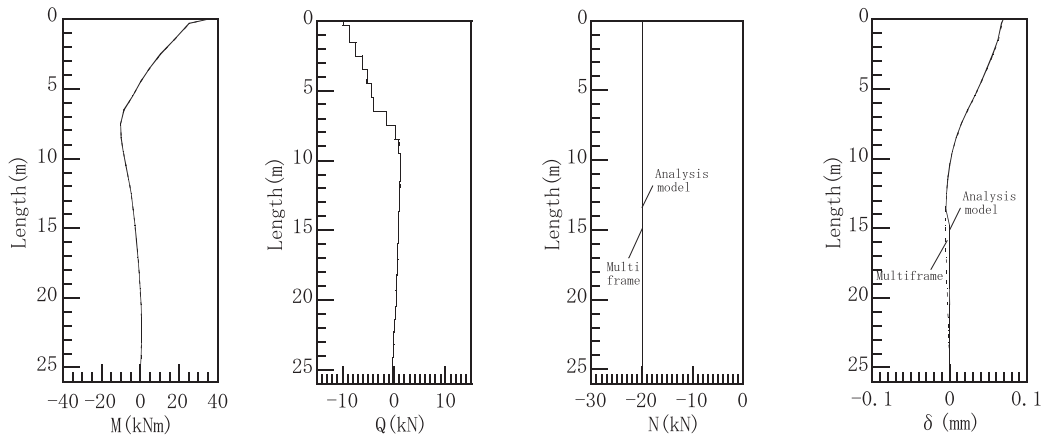


Fig. 7 Bending moment, shear force, axial force and displacement of pile

図6には、杭頭の回転を拘束し杭先端をピン支持とした単杭の解析モデルであり、杭部材の曲げ剛性は一定とした。地盤ばねは、ばね支点として離散化し3章で述べた構造解説書の地盤反力係数  $K_h$  を用いて評価した。節点数27点で、地盤層ごとに節点を設けている。荷重は、鉛直方向に20kN、水平方向に10kNを杭頭部の節点27に入力した。

## 5・2 解析結果

図7は、本解析モデルと Multiframe Advanced による解析結果の曲げモーメント  $M$ 、せん断力  $Q$ 、軸力  $N$ 、水平変位  $\delta$  の分布状態を表したものである。実線が本解析モデル、破線が Multiframe Advanced の解析結果である。

この図から分かるように、曲げモーメント分布は、杭頭部で最大となり、徐々に減少し杭頭から4.5mで反曲点となる。そして徐々に増加し7.5mで最大となり徐々に減少していることが分かる。せん断力と水平変位も杭頭で最大となっていることが分かる。これは、熊本地震で報告された、場所打ちコンクリート杭の杭頭部における曲げ圧縮破壊の応力状態と同様の傾向を示している。軸力は、20kNで一定となった。

以上より、本解析モデルと Multiframe Advanced による解析結果は、 $M$ 、 $Q$  図は一致した。 $N$ 、 $\delta$  図はほぼ一致していることが分かる。したがって、本解析モデルによる弾性領域の適用性を確認することができた。

## 6. 弾塑性解析の適用性

次に、既往のPHC杭の実大水平載荷実験結果と本解析モデルの解析結果とを比較することで、本解析モデルの弾塑性性状の適用性を検討する。

### 6・1 解析例

図8は、ボーリング調査結果と杭の位置関係を示す。この図より、地盤構成は、地表層からGL-7.0mまで、 $N$ 値2~4の関東ロームであるその下に $N$ 値50以上の砂礫層が堆積している。杭は、軸径0.4m、厚さ0.65mのプレテンション方式遠心力高強度プレストレスコンクリート杭（以下、PHC杭と呼ぶ）とし杭頭は地表面から0.5m突出させ、杭先端の深さは6.5mとする。

図9は、解析モデルを示す。杭は既往実験に合わせて、突出杭としてモデル化し、杭頭および杭先端はピンとした。杭の非線形特性は、既往の曲げ試験結果より設定しバイリニアールで、モデル化した。地盤ばねは、ばね支点として離散化し3章で述べた構造解説書の地盤反力  $K_h$  を用いて評価した。節点数13で、0.5mごとに節点を設けている。荷重は、水平荷重  $P$  を増分させた。

図10は、本解析モデルおよび既往実験の試験体 No. 2 より得られた杭頭荷重-杭頭変位関係を表したものである。図中に示す実線は、本解析モデルによる解析結果、破線は既往実験結果を示す。①は杭体のひび割れ前（弾性時）、②は杭体のひび割れ発生（弾塑性時）、③は杭体の水平耐力（崩壊時）を示す。杭が2点ヒンジ状態に達した時点を水平耐力と定義した。

この図から分かるように、本解析モデルでは80kNまでは、実験値をよく捉えている。80kNを超えたあたりから杭頭変位に差が生じていることが分かる。この理由は、杭の非線形特性をバイリニアールでモデル化および地盤反力係数を



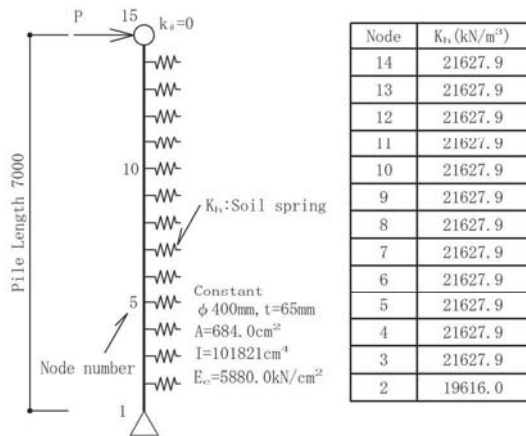


Fig. 8 Soil profile

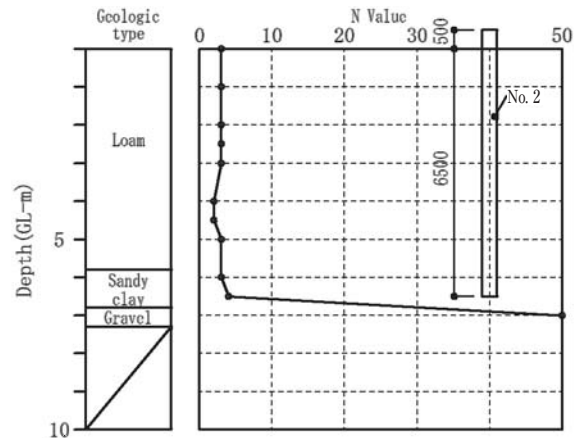


Fig. 9 Analytica model

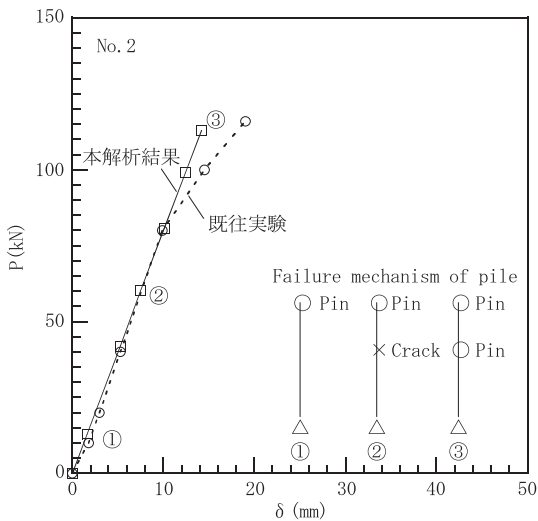


Fig. 10 Pile head load-displacement curves

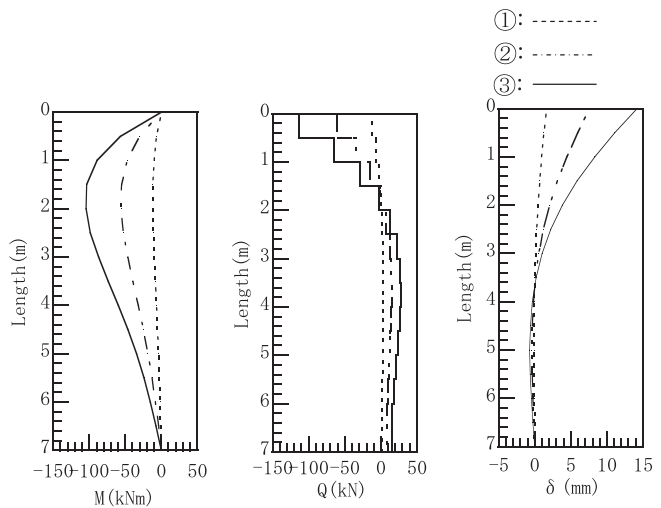


Fig. 11 Bending moment, shear force and displacement of pile

線形でモデル化しているためと考えられる。しかしながら、本解析モデルの水平耐力は、概ね実験値を捉えており、本解析モデルの適用性を確認することができた。なお、杭体の非線形特性をトリリニアモデルおよび地盤ばねに非線形性を考慮すれば、既往実験結果をより精度よく捉えるものと考えられる。このことについては、今後の研究課題とする。

図11は、本解析モデルにより得られた曲げモーメント  $M$ 、せん断力  $Q$ 、水平変位  $\delta$  の水平力に至るまでの推移を示したものである。図中に示す破線は杭体の①ひび割れ前（弾性時）、②一点鎖線はひび割れ（弾塑性時）、③実線は水平耐力時を示す。

この図から分かるように、曲げモーメント  $M$  は、杭頭から 2 m 位置でひび割れ前から水平耐力に至るまで最大となり降伏曲げ耐力に達している。これは既往実験結果の曲げひび割れ位置と概ね一致しており、既往実験の試験体 No. 2 では、このひび割れが進展し破壊に至っている。せん断力  $Q$  および水平変位は杭頭で最大となっていることが分かる。

## 6. まとめ

本論では、上部構造の保有水平耐力を求めるために使用されている荷重増分解析法に離散ばねを導入することで、単杭の水平耐力を求めることが可能な解析モデルを提案した。限られた範囲であるが、本検討により得られた結果を以下に述べる。

- (1) 本解析モデルによる弾性解析による解析結果は Multiframe Advanced による解析結果とほぼ一致していた。
- (2) 杭頭の杭頭荷重－杭頭変位関係は、本解析モデルの解析結果と既往実験結果を比較すると水平変位に差が生じた。この理由は、杭の非線形特性をバイリニアでモデル化および地盤反力係数を線形でモデル化しているためと考え

られる。しかしながら、水平耐力は概ね一致しており既往実験値を捉えており、本解析モデルの適用性を確認することができた。

- (3) 水平耐力時の杭の曲げモーメント分布は杭頭から2 m 位置で降伏曲げ耐力に達し崩壊に至った。これは既往実験結果のひび割れ位置と概ね一致していた。

## 謝 辞

本論は、九州大学情報基盤研究開発センターの研究用計算機システムを利用しました。本論の遂行にあたり、本学の小田まり子教授、諏訪辺美津子講師ならびに卒業生・山崎幸之助氏には多大なるご協力を頂きました。ここに記して謝意を表します。

## 参考文献

- (1)青山博之, 上村智彦, マトリックス法による構造解析 (1988), pp. 202-222, 培風館
- (2)星陸廣, 建築技術者のための保有水平耐力入門—精算法へのアプローチ—下 (1989), pp. 35-89, 建築技術
- (3)建設省住宅局建築指導課, 地震力に対する建築物の基礎の設計指針 (1984), pp. 18-36, 日本建築センター
- (4)金子治, 川股紫織, 中井正一, 関口徹, 向井智久, “東北地方太平洋沖地震における杭基礎の被害要因に関する解析的検討”, 日本建築学会構造系論文集, 第80巻, No. 717 (2015), pp. 1699-1706.
- (5)金子治, 森嶋礼子, 関口徹, 中井正一, 向井智久, “東北地方太平洋沖地震において千葉県内で発生した杭被害の要因分析”, 日本建築学会技術報告集, 第23巻, No. 54 (2017), pp. 447-452.
- (6)金子治, 成田修英, “2016年熊本地震での杭基礎の被害とその要因に関する解析”, 日本建築学会構造系論文集, 第82巻, No. 737 (2017), pp. 1047-1054.
- (7)建築物の構造技術基準解説書編集委員会, 2015年版建築物の構造関係技術基準解説書 (2015), pp. 298, 432-433, 全国官報販売協同組合
- (8)日本建築学会, 建築基礎構造設計指針 (2019), pp. 471-473, 丸善出版
- (9)勝二理智, 藤森健史, “実大載荷実験に基づく損傷杭の水平抵抗評価”, 日本建築学会構造系論文集, 第79巻, No. 705 (2014), pp. 1637-1645.
- (10)H・C・マーチン, マトリックス法による構造力学の解法 (1967), pp. 11-23, 培風館
- (11)三本木茂夫, 吉村信敏, コンピューターによる構造工学講座 I - 1 - B 有限要素法による構造解析プログラム (1988), pp. 32-33, 培風館
- (12)崎元達郎, 構造力学 下 (1993), pp. 113-135, 森北出版

## 付 録

## 付 1. i 端塑性ヒンジの剛性マトリックス

境界条件を  $x=0$ ,  $u=u_i$ ,  $v=v_i$ ,  $m_i=0$  とすると

$$u_i = a_1 + a_2 \times 0 = a_1$$

$$v_i = a_3 + a_4 \times 0 + a_5 \times 0^2 + a_6 \times 0^3 = a_3$$

$$m_i = 2a_5 + 6a_6 x$$

$$a_5 = 0$$

境界条件を  $x=L$ ,  $u=u_j$ ,  $v=v_j$ ,  $\theta=\theta_j$  とする

$$u_j = a_1 + a_2 L$$

$$v_j = a_3 + a_4 L + a_5 L^2 + a_6 L^3$$

$$\theta_j = a_4 + 3a_6 L^2$$

以上をマトリックス表記すると

$$\begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ u_j \\ v_j \\ \theta_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L & 0 & L^3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{L} & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{2L} & 0 & \frac{3}{2L} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2L^3} & 0 & -\frac{1}{2L^3} & \frac{1}{2L^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

ひずみエネルギーを節点変位で表すと

$$\dot{u} = a_2 = -\frac{1}{L}u_i + \frac{1}{L}u_j$$

$$\ddot{v} = 2a_5 + 6a_6 x = 6 \left( \frac{1}{2L^3}v_i - \frac{1}{2L^3}v_j + \frac{1}{2L^2}\theta_j \right) x = 3x \left( \frac{v_i}{L^3} - \frac{v_j}{L^3} + \frac{\theta_j}{L^2} \right)$$

$$U = \frac{1}{2}E \left\{ A \int_0^L (\dot{u})^2 dx + I \int_0^L (\ddot{v})^2 dx \right\}$$

$$= \frac{1}{2}EA \int_0^L \left( -\frac{u_i}{L} + \frac{u_j}{L} \right)^2 dx + \frac{1}{2}EI \int_0^L \left\{ 3x \left( \frac{v_i}{L^3} - \frac{v_j}{L^3} + \frac{\theta_j}{L^2} \right) \right\}^2 dx$$

$$= \frac{1}{2}EA \int_0^L \left( -\frac{u_i}{L} + \frac{u_j}{L} \right)^2 dx + \frac{9}{2}EI \int_0^L \left( \frac{v_i^2}{L^6} + \frac{v_j^2}{L^6} + \frac{\theta_j^2}{L^4} - \frac{2v_i v_j}{L^6} - \frac{2v_j \theta_j}{L^5} + \frac{2v_i \theta_j}{L^5} \right) x^2 dx$$

$$= \frac{1}{2}EA \left[ \frac{u_i^2}{L^2} x - \frac{2u_i u_j}{L^2} x + \frac{u_j^2}{L^2} x \right]_0^L + \frac{9}{2}EI \left[ \left( \frac{v_i^2}{L^6} + \frac{v_j^2}{L^6} + \frac{\theta_j^2}{L^4} - \frac{2v_i v_j}{L^6} - \frac{2v_j \theta_j}{L^5} + \frac{2v_i \theta_j}{L^5} \right) \frac{x^3}{3} \right]_0^L$$

$$= \frac{1}{2}EA \left( \frac{u_i^2}{L} - \frac{2u_i u_j}{L} + \frac{u_j^2}{L} \right) + \frac{3}{2}EI \left( \frac{v_i^2}{L^3} + \frac{v_j^2}{L^3} + \frac{\theta_j^2}{L} - \frac{2v_i v_j}{L^3} - \frac{2v_j \theta_j}{L^2} + \frac{2v_i \theta_j}{L^2} \right)$$

$$x_i = \frac{\partial U}{\partial u_i} = \frac{1}{2}EA \left( \frac{2u_i}{L} - \frac{2u_j}{L} \right) = \frac{EA}{L}u_i - \frac{EA}{L}u_j$$

$$y_i = \frac{\partial U}{\partial v_i} = \frac{3}{2}EI \left( \frac{2v_i}{L^3} - \frac{2v_j}{L^3} + \frac{2\theta_j}{L^2} \right) = \frac{3EI}{L^3}v_i - \frac{3EI}{L^3}v_j + \frac{3EI}{L^2}\theta_j$$

$$x_j = \frac{\partial U}{\partial u_j} = \frac{1}{2}EA \left( -\frac{2u_i}{L} + \frac{2u_j}{L} \right) = -\frac{EA}{L}u_i + \frac{EA}{L}u_j$$

$$y_j = \frac{\partial U}{\partial v_j} = \frac{3}{2}EI \left( -\frac{2v_i}{L^3} + \frac{2v_j}{L^3} - \frac{2\theta_j}{L^2} \right) = -\frac{3EI}{L^3}v_i + \frac{3EI}{L^3}v_j - \frac{3EI}{L^2}\theta_j$$

$$m_j = \frac{\partial U}{\partial \theta_j} = \frac{1}{2}EI \left( \frac{12v_i}{L^2} + \frac{4\theta_j}{L} - \frac{12v_j}{L^2} + \frac{8\theta_j}{L} \right) = \frac{6EI}{L^2}v_i + \frac{2EI}{L}\theta_j - \frac{6EI}{L^2}v_j + \frac{4EI}{L}\theta_j$$