

〔論文〕

# ベルクランク機構を有するサスペンションの ばね・ダンパ特性の解析

森 和典<sup>\*1</sup>

Analysis on Spring and Damper Characteristics of Suspension  
with Bell Crank Mechanism

Kazunori MORI<sup>\*1</sup>

## Abstract

The spring and damper characteristics of suspension systems have the key role for the maneuverability and stability as well as the riding comfort performance of a vehicle. Using a double wishbone type suspension with bell crank and pushrod as a model, this paper introduces a method for calculating suspension spring, shock absorber, anti-roll bar and pitting damper geometries using expressions derived directly from the kinematics of mechanism theory. Next, the authors derive expressions such as link lever ratio, spring constant converted into wheel center location, and roll stiffness by using the linear approximation functions obtained based on these calculation results and the balance equations of power derived from a dynamic model that simplifies bell crank surroundings. Finally, the authors clarify the relativity of these suspension characteristics and the geometries.

**Key Words** : Racing Car, Suspension, Link Geometry, Bell Crank, Pushrod, Spring, Shock Absorber, Mechanism, Vehicle Dynamics

## 1. まえがき

サスペンションのばねとショックアブソーバは、車両運動性能に大きな影響を及ぼす特性を有する構成要素である<sup>(1)</sup>。オープンホイール・タイプのレーシングカーのダブルウィッシュボーン式サスペンションでは、ばねとショックアブソーバなどを車体に内蔵して空気抵抗低減を図るために、ベルクランクとプッシュロッドを用いる機構が多用されている<sup>(2)</sup>。また最近はやや・サスペンションにプルロッド・タイプの採用が増えている。

ベルクランクは、サスペンションのロアアーム（またはロアリンク）と連結されたプッシュロッド、ばね、ショックアブソーバおよびスタビライザ等の片側端が取り付けられており、ベルクランク回転軸に対するこれら片側端の取付点の位置がサスペンション特性に影響することになる。

著者は、既にダブルウィッシュボーン式サスペンションとR&P式ステアリングを例に取り上げて、サスペンション／ステアリング・ジオメトリに関して機構学の基本から論じた計算方法を示した<sup>(2)</sup>。しかし、ベルクランク機構を有するサスペンションのジオメトリに関する具体的な計算方法を記した文献等は見当たらないようである。

ベルクランクとプッシュロッドを用いたダブルウィッシュボーン式フロント・サスペンションとR&P式ステアリングとを組み合わせた走行装置と車両運動性能との関連性について解析を進めているが、本報告は第一報として、計算解析上の主要部となるサスペンションばね、ショックアブソーバ、スタビライザおよびピッチング・ダンパ（サード・ダンパ）のジオメトリについて、機構学理論から導出した数式を用いて直接計算する方法を示す。

次に、ホイールストロークとばね、ショックアブソーバ取付長の比（リンク・レバー比と呼ぶ）等について簡易な解析モデルを用いて計算式を導出し、リンク・レバー比とサスペンション特性の関連性を考察する。

<sup>\*1</sup> 交通機械工学科  
平成26年11月6日受理

## 2. 記号の説明

主な座標点と角度

$A_L$  : rear pivot of lower arm       $B_L$  : ball joint of lower arm       $C_L$  : front pivot of lower arm

$A_b$  : arbitrary point on bell crank rotational axis

$C_b$  : installation position (body side) of bell crank rotational axis

$C_b'$  : installation position (bell crank side) of bell crank rotational axis

$B_{b1}$  : installation position (bell crank side) of push rod

$E_L$  : installation position (lower arm side) of push rod

$B_{b2}$  : installation position (bell crank side) of shock absorber and spring

$E_U$  : installation position (body side) of shock absorber and spring

$B_{b3}$  : installation position (bell crank side) of stabilizer rod

$S_T$  : stabilizer rod pivot (torsion bar stay side)

$\gamma_b$  : initial swing angle of bell crank

$\theta_b$  : swing angle of bell crank

$\gamma_b'$  : total swing angle of bell crank     $\gamma_b' = \gamma_b + \theta$

$\theta_L$  : swing angle of suspension lower arm

$T$  : rotational axis center of torsion bar for stabilizer (stay side)

$T_b$  : rotational axis center of torsion bar for stabilizer (body side)

$\alpha_{tb}$  : initial inclination angle of torsion bar

$\theta_{tb}$  : inclination swing angle of torsion bar

$\alpha_{tb}'$  : total inclination angle of torsion bar     $\alpha_{tb}' = \alpha_{tb} + \theta_{tb}$

$\theta_s$  : torsion angle of torsion bar for stabilizer

$P_s$  : installation position (torsion bar stay side) of pitching damper

$P_b$  : installation position (body side) of pitching damper

$d_b$  : length of bell crank rotational axis, distance from  $C_b$  to  $A_b$

$L_{pd}$  : push rod length

$l_{sab}$  : installation length of suspension shock absorber and spring, distance from  $B_{b2}$  to  $E_U$

$L_{ST}$  : length of stabilizer rod, distance from  $S_T$  to  $B_{b3}$

$l_{PS}$  : installation length of pitching damper, distance from  $P_s$  to  $P_b$

$L_{sy}$  : half length of stabilizer stay, distance from  $T$  to  $S_T$

$L_{Tb}$  : stabilizer length, distance from  $T_b$  to  $T$

$e_{PS}$  :  $y_{st}$  coordinate of  $P_s$

$d_{PS}$  :  $z_{st}$  coordinate of  $P_s$

$r_{b1}$  : swing radius of  $B_{b1}$

$r_{b2}$  : swing radius of  $B_{b2}$

$r_{b3}$  : swing radius of  $B_{b3}$

$\theta_0$  : angle between segment  $C_b'-B_{b1}$  and segment  $C_b'-B_{b2}$

$\theta_1$  : angle between segment  $C_b'-B_{b1}$  and segment  $C_b'-B_{b3}$

### 3. 理論計算式の導出

#### 3・1 計算モデル

本報告で使用したサスペンション・ステアリングのジオメトリの計算方法、アーム類の記号は、全て文献(3)を引用しているため、これらの詳細な説明は省略する。以下は、関係する項目のみを記す。

図1は、ベルクランクとプッシュロッドを用いたダブルウィッシュボーン式フロントサスペンションの概要を示す。ステアリング装置はR&P式とする。座標系  $O$ -XYZ は、車体に固定した基準座標系とする。原点  $O$  は、車両の正面図において、車体の左右対称面を意味する中心線上に設定する。X, Y, Z 軸は、それぞれ左, 後, 上方向を正とする。

図2は、ベルクランクを中心に、ばね、ショックアブソーバ、スタビライザなどの取り付け関係を表わしたイメージ図である。この機構は、車両のピッチング振動を抑制するためピッチング・ダンパを取り付けたのが特徴である。



Fig. 1 Double wishbone type front suspension with bell crank mechanism

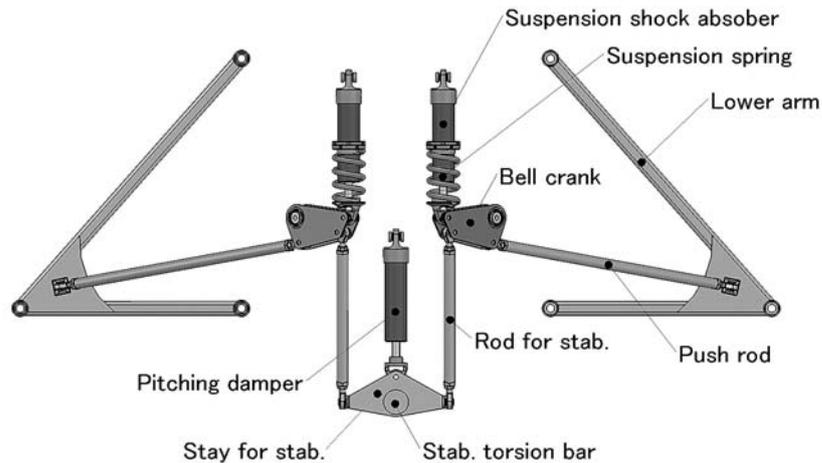


Fig. 2 Installation relation of each parts around bell crank (Plan view)

図3は、ベルクランク、プッシュロッド、ばね、ショックアブソーバ、スタビライザおよびピッチング・ダンパの取り付け点を表す記号を示す。また、計算に必要な主要寸法、角度を表す記号も併せて示す。

ジオメトリの計算方法は、文献(3)に示されたダブルウィッシュボーン式サスペンションにおけるアーム類の揺動角やボールジョイント、ホイールセンタ位置の計算方法・手順と同じである。

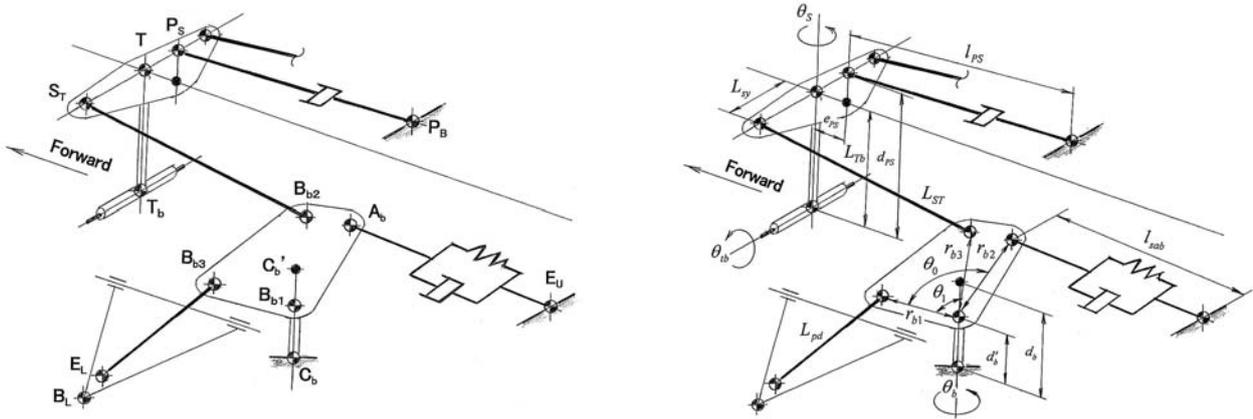


Fig. 3 Explanation of sign that shows pivot, length and angle

### 3・2 ベルクランクとプッシュロッド

図4は、座標変換で導出したベルクランク固定座標系と  $O'_{Cb}-x_b y_b z_b$ 、その導出過程の座標系およびオイラー角  $\alpha_b$ 、 $\beta_b$ 、 $\gamma'_b$  を記す。

$O'_{Cb}-x'_b y'_b z'_b$  系は基準座標系  $O-XYZ$  を平行移動し、原点を点  $C_b$  とした座標系である。したがって、任意点の基準座標  ${}^T[X \ Y \ Z]$ 、部品座標系における座標  ${}^T[x'_b \ y'_b \ z'_b]$ 、および点  $C_b$  の基準座標  ${}^T[X_{Cb} \ Y_{Cb} \ Z_{Cb}]$  の間には、

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{Cb} \\ Y_{Cb} \\ Z_{Cb} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x'_b \\ y'_b \\ z'_b \end{bmatrix} \tag{1}$$

の関係が成り立つ。また、式(1)より次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} x'_b \\ y'_b \\ z'_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X - X_{Cb} \\ Y - Y_{Cb} \\ Z - Z_{Cb} \end{bmatrix} \tag{2}$$

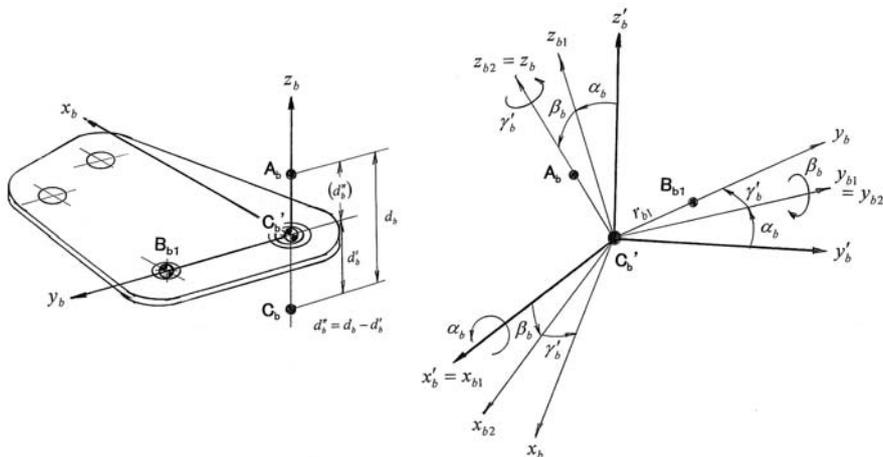


Fig. 4 Transformation of coordinate systems for bell crank

ベルクランク上の任意点の位置関係が容易に計算できるように、 $O'_{Cb}-x'_b y'_b z'_b$  系を回転させて新たな座標系に変換する。ベルクランク上の3点を作る  $\triangle C_b B_{b1} A_b$  が座標系  $O'_{Cb}-x_b y_b z_b$  の2つの座標軸が張る平面上に存在するように座標変換を行い、変換行列はオイラー角を用いて表す。

まず、 $O'_{Cb}-x'_b y'_b z'_b$  系を  $x'_b$  軸回りに  $\alpha_b$  回転させた座標系を  $O'_{Cb}-x_{b1} y_{b1} z_{b1}$  とする。次に  $O'_{Cb}-x_{b1} y_{b1} z_{b1}$  系を  $y_{b1}$  軸回りに  $\beta_b$  回転させた座標系を  $O'_{Cb}-x_{b2} y_{b2} z_{b2}$  とする。この時、ベルクランクの回転軸  $C_b A_b$  が  $z_{b2}$  軸上となるように定める。さらに、 $O'_{Cb}-x_{b2} y_{b2} z_{b2}$  系を  $z_{b2}$  軸回りに  $\gamma'_b$  回転させた座標系を  $O'_{Cb}-x'_b y'_b z'_b$  とする。角度  $\gamma'_b$  は、プッシュロッド取り付け部  $A_b$  が  $y'_b$  軸上に位置するように定める。ここでは、 $\gamma_b$  を初期値、揺動角  $\theta_b$  とおくと、全揺動角を  $\gamma'_b = \gamma_b + \theta_b$  とする。

以上により、バルクランクの部品座標系  $O'_{Cb}-x_b y_b z_b$  で表される任意点を基準座標系に変換する式が得られる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} X_{Cb} \\ Y_{Cb} \\ Z_{Cb} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x'_b \\ y'_b \\ z'_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{Cb} \\ Y_{Cb} \\ Z_{Cb} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{ab} \begin{bmatrix} x_{b1} \\ y_{b1} \\ z_{b1} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} X_{Cb} \\ Y_{Cb} \\ Z_{Cb} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{ab} \mathbf{R}_{\beta b} \begin{bmatrix} x_{b2} \\ y_{b2} \\ z_{b2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{Cb} \\ Y_{Cb} \\ Z_{Cb} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{ab} \mathbf{R}_{\beta b} \mathbf{R}_{\gamma' b} \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)において、 $\mathbf{E}_{a\beta\gamma' b} = \mathbf{R}_{ab} \mathbf{R}_{\beta b} \mathbf{R}_{\gamma' b}$  とすると、

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{Cb} \\ Y_{Cb} \\ Z_{Cb} \end{bmatrix} + \mathbf{E}_{a\beta\gamma' b} \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} \quad (4)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{ab} &= \mathbf{R}(x'_b = x_{b1}, \alpha_b) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_b & -\sin \alpha_b \\ 0 & \sin \alpha_b & \cos \alpha_b \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_{\beta b} &= \mathbf{R}(y_{b1} = y_{b2}, \beta_b) = \begin{bmatrix} \cos \beta_b & 0 & \sin \beta_b \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta_b & 0 & \cos \beta_b \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_{\gamma' b} &= \mathbf{R}(z_{b2} = z_b, \gamma'_b) = \begin{bmatrix} \cos \gamma'_b & -\sin \gamma'_b & 0 \\ \sin \gamma'_b & \cos \gamma'_b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

・点  $A_b$  に関して：

$O'_{Cb}-x_{b2}y_{b2}z_{b2}$ 系における点  $A_b$  の座標は  ${}^T[0 \ 0 \ d_b]$  だから、式(3)より

$$\begin{bmatrix} X_{Ab} \\ Y_{Ab} \\ Z_{Ab} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{Cb} \\ Y_{Cb} \\ Z_{Cb} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{ab} \mathbf{R}_{\beta b} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_b \end{bmatrix}$$

これを展開してまとめると、

$$\begin{bmatrix} X_{Ab} - X_{Cb} \\ Y_{Ab} - Y_{Cb} \\ Z_{Ab} - Z_{Cb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_b \sin \beta_b \\ -d_b \sin \alpha_b \cos \beta_b \\ d_b \cos \alpha_b \sin \beta_b \end{bmatrix} \quad (5)$$

を得る。式(5)の第1, 2行目を取り上げると、 $\alpha_b$  と  $\beta_b$  を求めることができる。

$$\begin{cases} \sin \beta_b = \frac{X_{Ab} - X_{Cb}}{d_b} \\ \sin \alpha_b = -\frac{Y_{Ab} - Y_{Cb}}{d_b \cos \beta_b} \end{cases} \quad (6)$$

ただし、点  $A_b$  と点  $C_b$  が初期値として基準座標系により与えられているならば、

$$d_b = \sqrt{(X_{Ab} - X_{Cb})^2 + (Y_{Ab} - Y_{Cb})^2 + (Z_{Ab} - Z_{Cb})^2} \quad (7)$$

である。

なお、点  $C_b$  とバルクランク上の回転軸位置  $C'_b$  との距離を  $d'_b$  とするとき、点  $A_b$  と  $C'_b$  が同じ位置ならば、 $d_b = d'_b$  である。

以降は、点  $A_b$  と  $C'_b$  が同じ位置として説明する。

・点  $B_{b1}$  に関して：

式(3)を置換すると、

$$\begin{bmatrix} x_{b2} \\ y_{b2} \\ z_{b2} \end{bmatrix} = {}^T \mathbf{R}_{\beta b} {}^T \mathbf{R}_{ab} \begin{bmatrix} X - X_{Cb} \\ Y - Y_{Cb} \\ Z - Z_{Cb} \end{bmatrix} \quad (8)$$

が得られる。

したがって、点  $B_{b1}$  の初期位置が基準座標系で与えられたとき、 $O'_{Cb} - x_{b2} y_{b2} z_{b2}$  系に関する座標は、式(8)を用いて

$$\begin{bmatrix} x_{b2Bb10} \\ y_{b2Bb10} \\ z_{b2Bb10} \end{bmatrix} = {}^T \mathbf{R}_{\beta b} {}^T \mathbf{R}_{ab} \begin{bmatrix} X_{Bb10} - X_{Cb} \\ Y_{Bb10} - Y_{Cb} \\ Z_{Bb10} - Z_{Cb} \end{bmatrix} \quad (9)$$

となる。

式(9)より、回転半径  $r_{b1}$  と遙動角の初期値  $\gamma_b$  が計算できる。

$$\begin{cases} r_{b1} = \sqrt{x_{b2Bb10}^2 + y_{b2Bb10}^2} \\ \sin \gamma_b = -\frac{x_{b2Bb10}}{r_{b1}}, \quad \cos \gamma_b = \frac{y_{b2Bb10}}{r_{b1}} \end{cases} \quad (10)$$

式(4)を用いれば、遙動角が  $\gamma'_b$  のときのプッシュロッドの点  $B_{b1}$  の基準座標は

$$\begin{bmatrix} X_{Bb1} \\ Y_{Bb1} \\ Z_{Bb1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{Cb} \\ Y_{Cb} \\ Z_{Cb} \end{bmatrix} + \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma'b} \begin{bmatrix} 0 \\ r_{b1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

と表される。式(11)の右辺の  $r_{b1}$  は、式(10)を用いて計算できる。また、座標変換行列  $R_{\gamma_b}$  はパラメータ  $\theta_b$  の関数だから、 $X_{Bb1}$ 、 $Y_{Bb1}$ 、 $Z_{Bb1}$  は全て  $\theta_b$  の関数となる。したがって、 $\theta_b$  が確定すれば、点  $B_{b1}$  の基準座標を求めることが可能になる。

プッシュロッドの一方の端部はロアアームに取り付けられており、ホイールストロークに応じてロアアームの遙動角  $\theta_L$  が変化すると、プッシュロッドを介してベルクランクの遙動角  $\theta_b$  が変化する。

そこで、 $\theta_L$  が与えられたとき、 $\theta_b$  は近似解法を用いて計算する。

点  $B_{b1}$  とロアアーム側のプッシュロッド取り付け点  $E_L$  の初期位置をそれぞれ  ${}^T[X_{Bb10} \ Y_{Bb10} \ Z_{Bb10}]$ 、 ${}^T[X_{EL0} \ Y_{EL0} \ Z_{EL0}]$  とすると、プッシュロッドの長さ  $L_{pd}$  は、

$$L_{pd} = \sqrt{(X_{Bb10} - X_{EL0})^2 + (Y_{Bb10} - Y_{EL0})^2 + (Z_{Bb10} - Z_{EL0})^2} \quad (12)$$

である。

点  $E_L$  と点  $B_{b1}$  が変位したとき、この2点間の距離を  $L_{pdn}(\theta_b)$  とすると、

$$L_{pdn}(\theta_b) = \sqrt{\{X_{Bb1}(\theta_b) - X_{EL}\}^2 + \{Y_{Bb1}(\theta_b) - Y_{EL}\}^2 + \{Z_{Bb1}(\theta_b) - Z_{EL}\}^2} \quad (13)$$

与えられる。そこで、

$$h(\theta_b) = L_{pdn}(\theta_b) - L_{pd} \quad (14)$$

と定義すれば、 $h(\theta_b) = 0$  を満足する  $\theta_b$  を求める問題に帰着する。

ここでは、Newton-Raphson 法を用いた近似解法の計算手順を記す。

- ①  $\theta_b(1) = \theta_{b0}$  とおく。初期値は  $\theta_{b0} = 0$  でも可。
- ②  $\theta_b(n+1) = \theta_b(n) - \frac{h\{\theta_b(n)\}}{h'\{\theta_b(n)\}}$  を計算する。
- ③  $|\theta_b(n+1) - \theta_b(n)| < \varepsilon$  が成立する場合は手順④へ進む。成立しない場合は、 $n = n + 1$  と置換して手順②へ戻る。定数  $\varepsilon$  は近似精度に影響するため、できるだけ小さい値に設定しておく。
- ④  $\theta_b = \theta_b(n+1)$  として終了。

なお、手順②の中で微分式の部分は次のとおり。

$$h'(\theta_b) = \frac{(X_{Bb1} - X_{EL}) \frac{dX_{Bb1}}{d\theta_b} + (Y_{Bb1} - Y_{EL}) \frac{dY_{Bb1}}{d\theta_b} + (Z_{Bb1} - Z_{EL}) \frac{dZ_{Bb1}}{d\theta_b}}{\sqrt{(X_{Bb1} - X_{EL})^2 + (Y_{Bb1} - Y_{EL})^2 + (Z_{Bb1} - Z_{EL})^2}}$$

$$\frac{d}{d\theta_b} \begin{bmatrix} X_{Bb1} \\ Y_{Bb1} \\ Z_{Bb1} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{ab} \mathbf{R}_{\beta b} \frac{d\mathbf{R}_{\gamma' b}}{d\theta_b} \begin{bmatrix} 0 \\ r_{b1} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \frac{d\mathbf{R}_{\gamma' b}}{d\theta_b} \begin{bmatrix} -\sin \gamma'_b & -\cos \gamma'_b & 0 \\ \cos \gamma'_b & -\sin \gamma'_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

以上より、 $\theta_b$  の近似解が得られると、式(11)により点  $B_{b1}$  が確定する。

・点  $B_{b2}$  に関して：

点  $B_{b2}$  の初期位置が基準座標系で与えられたとき、部品固定座標系  $O'_{Cb}-x_b y_b z_b$  に関する座標は、式(4)を用いて

$$\begin{bmatrix} x_{bBb2} \\ y_{bBb2} \\ z_{bBb2} \end{bmatrix} = {}^T \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' b 0} \begin{bmatrix} X_{Bb20} - X_{Cb} \\ Y_{Bb20} - Y_{Cb} \\ Z_{Bb20} - Z_{Cb} \end{bmatrix} \quad (15)$$

ここで、点  $B_{b2}$  の部品固定座標系に関する座標を  ${}^T [r_{b2} \sin \theta_0 \quad r_{b2} \cos \theta_0 \quad 0]$  と記すと、式(15)より、

$$\begin{cases} r_{b2} = \sqrt{x_{bBb2}^2 + y_{bBb2}^2} \\ \sin \theta_0 = \frac{x_{bBb2}}{r_{b2}}, \quad \cos \theta_0 = \frac{y_{bBb2}}{r_{b2}} \end{cases} \quad (16)$$

が得られる。なお、点  $B_{b2}$  は平面  $x_b-y_b$  上に位置するから  $z_{bBb2} = 0$  である。

以上より、点  $B_{b2}$  の基準座標は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} X_{Bb2} \\ Y_{Bb2} \\ Z_{Bb2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{Cb} \\ Y_{Cb} \\ Z_{Cb} \end{bmatrix} + \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' b} \begin{bmatrix} r_{b2} \sin \theta_0 \\ r_{b2} \cos \theta_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

ショックアブソーバのベルクランク側取り付け点は  $B_{b2}$  であり、車体側取り付け点が  $E_U$  だから、取り付け長  $l_{sab}$  は

$$l_{sab} = \sqrt{(X_{Bb2} - X_{EU})^2 + (Y_{Bb2} - Y_{EU})^2 + (Z_{Bb2} - Z_{EU})^2} \quad (18)$$

となる。

### 3・3 スタビライザ

・点  $B_{b3}$  に関して：

スタビライザ用ロッドのベルクランク側の取り付け部であるピボット  $B_{b3}$  の初期位置が、基準座標系で与えられたとき、部品固定座標系  $O'_{Cb}-x_b y_b z_b$  に関する座標は、式(4)を用いて

$$\begin{bmatrix} x_{bBb3} \\ y_{bBb3} \\ z_{bBb3} \end{bmatrix} = {}^T \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' b 0} \begin{bmatrix} X_{Bb30} - X_{Cb} \\ Y_{Bb30} - Y_{Cb} \\ Z_{Bb30} - Z_{Cb} \end{bmatrix} \quad (19)$$

ここで、点  $B_{b3}$  の部品固定座標系における座標を  ${}^T [r_{b3} \sin \theta_1 \quad r_{b3} \cos \theta_1 \quad 0]$  と記すと、式(19)より、

$$\begin{cases} r_{b3} = \sqrt{x_{bBb3}^2 + y_{bBb3}^2} \\ \sin \theta_1 = \frac{x_{bBb3}}{r_{b3}}, \quad \cos \theta_1 = \frac{y_{bBb3}}{r_{b3}} \end{cases} \quad (20)$$

が得られる。なお、点  $B_{b3}$  は平面  $x_b-y_b$  上とすると  $z_{bBb3} = 0$  である。

以上より、点  $B_{b2}$  の基準座標は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} X_{Bb3} \\ Y_{Bb3} \\ Z_{Bb3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{Cb} \\ Y_{Cb} \\ Z_{Cb} \end{bmatrix} + \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma' b} \begin{bmatrix} r_{b3} \sin \theta_1 \\ r_{b3} \cos \theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

・点 T および点  $S_T$  に関して：

図5は、座標変換で導出したスタビライザ部の固定座標系  $O'_{Tb}-x_{st} y_{st} z_{st}$  と、その導出過程の座標系および回転角  $\alpha'_{tb}$ 、 $\theta_S$  を記す。

$O'_{T_b}-x'_{st}y'_{st}z'_{st}$ 系は基準座標系  $O-XYZ$  を平行移動し、原点を点  $T_b$  とした座標系である。したがって、任意点の基準座標  $^T[X \ Y \ Z]$ 、部品座標系における座標  $^T[x'_{st} \ y'_{st} \ z'_{st}]$ 、および点  $T_b$  の基準座標  $^T[X_{T_b} \ Y_{T_b} \ Z_{T_b}]$  の間には、

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{T_b} \\ Y_{T_b} \\ Z_{T_b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x'_{st} \\ y'_{st} \\ z'_{st} \end{bmatrix} \tag{22}$$

の関係が成立する。また、式(22)より次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} x'_{st} \\ y'_{st} \\ z'_{st} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X - X_{T_b} \\ Y - Y_{T_b} \\ Z - Z_{T_b} \end{bmatrix} \tag{23}$$

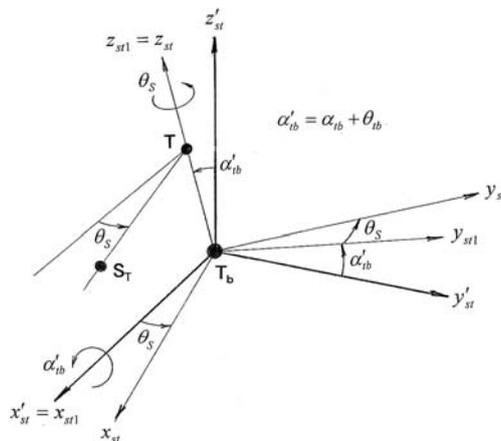


Fig. 5 Transformation of coordinate systems for stabilizer

スタビライザ部の任意点の位置関係が容易に計算できるように、 $O'_{T_b}-x'_{st}y'_{st}z'_{st}$ 系を回転させて新たな座標系に変換する。スタビライザ部の3点 $T_b, T, S_T$ が座標系  $O'_{T_b}-x_{st1}y_{st1}z_{st1}$  の2つの座標軸が張る平面上に存在するように座標変換を行い、変換行列は回転角  $\alpha'_{tb}$ 、 $\theta_S$  を用いて表す。

まず、 $O'_{T_b}-x'_{st}y'_{st}z'_{st}$ 系を  $x'_{st}$  軸回りに  $\alpha'_{tb}$  回転させた座標系を  $O'_{T_b}-x_{st1}y_{st1}z_{st1}$  とする。角度  $\alpha'_{tb}$  は、トーションバーの捩れ軸  $T_bT$  が  $z_{st1}$  軸と一致するように定める。ここでは、 $\alpha_{tb}$  を初期値、 $\theta_{tb}$  を遥動角とおくとき、全遥動角を  $\alpha'_{tb} = \alpha_{tb} + \theta_{tb}$  とする。

次に  $O'_{T_b}-x_{st1}y_{st1}z_{st1}$ 系を  $z_{st1}$  軸回りに  $\theta_S$  回転させた座標系を  $O'_{T_b}-x_{st}y_{st}z_{st}$  とする。この時、点  $S_T$  が平面  $x_{st}-z_{st}$  上となるように定める。 $\theta_S$  はトーションバーの捩れ角を示している。

以上により、部品座標系  $O'_{T_b}-x_{st}y_{st}z_{st}$  で表される任意点を基準座標系に変換する式が得られる。

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{T_b} \\ Y_{T_b} \\ Z_{T_b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x'_{st} \\ y'_{st} \\ z'_{st} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{T_b} \\ Y_{T_b} \\ Z_{T_b} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{\alpha'_{tb}} \mathbf{R}_{\theta_S} \begin{bmatrix} x_{st} \\ y_{st} \\ z_{st} \end{bmatrix} \tag{24}$$

また、

$$\begin{bmatrix} X - X_{T_b} \\ Y - Y_{T_b} \\ Z - Z_{T_b} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{\alpha'_{tb}} \mathbf{R}_{\theta_S} \begin{bmatrix} x_{st} \\ y_{st} \\ z_{st} \end{bmatrix} \tag{25}$$

の関係がある。ただし、

$$\mathbf{R}_{\alpha'_{tb}} = \mathbf{R}(x'_{st} = x_{st1}, \alpha'_{tb}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha'_{tb} & -\sin \alpha'_{tb} \\ 0 & \sin \alpha'_{tb} & \cos \alpha'_{tb} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\theta_S} = \mathbf{R}(z_{st1} = z_{st}, \theta_S) = \begin{bmatrix} \cos \theta_S & -\sin \theta_S & 0 \\ \sin \theta_S & \cos \theta_S & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

点 T の初期値が基準座標で与えられているとき、式(25)より次の関係が成り立つ。

$$\begin{bmatrix} X_{T0} - X_{Tb} \\ Y_{T0} - Y_{Tb} \\ Z_{T0} - Z_{Tb} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{a'tb0} \mathbf{R}_{Stb0} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_{Tb} \end{bmatrix} \quad (26)$$

ただし、

$$\mathbf{R}_{a'tb0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_{tb} & -\sin \alpha_{tb} \\ 0 & \sin \alpha_{tb} & \cos \alpha_{tb} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{Stb0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I}$$

式(26)の右辺を展開すると

$$\begin{bmatrix} X_{T0} - X_{Tb} \\ Y_{T0} - Y_{Tb} \\ Z_{T0} - Z_{Tb} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{a'tb0} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_{Tb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -L_{Tb} \sin \alpha_{tb} \\ L_{Tb} \cos \alpha_{tb} \end{bmatrix} \quad (27)$$

が導かれる。

したがって、式(27)の第 2, 3 要素から、

$$\begin{cases} \sin \alpha_{tb} = -\frac{Y_{T0} - Y_{Tb}}{L_{Tb}} \\ \cos \alpha_{tb} = \frac{Z_{T0} - Z_{Tb}}{L_{Tb}} \end{cases} \quad (28)$$

を得る。

式(26)より、点 T の基準座標は次のように表される。

$$\begin{bmatrix} X_T \\ Y_T \\ Z_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{Tb} \\ Y_{Tb} \\ Z_{Tb} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{a'tb} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_{Tb} \end{bmatrix} \quad (29)$$

また、点 S<sub>T</sub> の基準座標は式(24)を用いて

$$\begin{bmatrix} X_{ST} \\ Y_{ST} \\ Z_{ST} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{Tb} \\ Y_{Tb} \\ Z_{Tb} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{a'tb} \mathbf{R}_{Stb} \begin{bmatrix} L_{sy} \\ 0 \\ L_{Tb} \end{bmatrix} \quad (30)$$

と表すことができる。

スタビライザのベルクランク側取り付け点は B<sub>b3</sub>、スタビライザ・ステアへの取り付け点が S<sub>T</sub> だから、スタビライザ・ロッドの長さ L<sub>ST</sub> は

$$L_{ST} = \sqrt{(X_{ST0} - X_{Bb30})^2 + (Y_{ST0} - Y_{Bb30})^2 + (Z_{ST0} - Z_{Bb30})^2} \quad (31)$$

で与えられる。

### 3・4 ピッチング・ダンパ

ピッチング・ダンパは、車両のピッチング振動を抑制すると共に、通常のショックアブソーバの補完的な役目を担う。このダンパの取り付け位置をスタビライザ用トーションバー軸上に設けた場合、ダンパは回転角  $\theta_{tb}$  が発生するピッチング運動のときに作動する。しかし、スタビライザ・ステアにおいてトーションバー軸からオフセットさせて取り付けると、回転角  $\theta_s$  が生じた場合、ダンパ減衰力の分力によりロール運動の動的挙動を抑制する効果が若干ではあるが見込める。

ピッチング・ダンパのスタビライザ・ステア側取り付けピボットである点 P<sub>s</sub> は、部品座標系  $O'_{Tb}-x_{st}y_{st}z_{st}$  に関して、 ${}^T[x_{stPS} \ y_{stPS} \ z_{stPS}] = {}^T[0 \ e_{PS} \ d_{PS}]$  と与えられたとする。

点 P<sub>s</sub> の基準座標は、式(24)を用いれば

$$\begin{bmatrix} X_{PS} \\ Y_{PS} \\ Z_{PS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{Tb} \\ Y_{Tb} \\ Z_{Tb} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{a'tb} \mathbf{R}_{Sth} \begin{bmatrix} 0 \\ e_{PS} \\ d_{PS} \end{bmatrix} \quad (32)$$

と表すことができる。

また、点 P<sub>S</sub> が基準座標の初期値で与えられている場合は、式(25)より、

$$\begin{bmatrix} 0 \\ e_{PS} \\ d_{PS} \end{bmatrix} = {}^T \mathbf{R}_{a'tb0} \begin{bmatrix} X_{PS0} - X_{Tb} \\ Y_{PS0} - Y_{Tb} \\ Z_{PS0} - Z_{Tb} \end{bmatrix} \quad (33)$$

の関係がある。

ピッチング・ダンパの車体側取り付け位置が点 P<sub>B</sub> だから、ピッチング・ダンパの取り付け長  $l_{PS}$  は、次式で与えられる。

$$l_{PS} = \sqrt{(X_{PS} - X_{PB})^2 + (Y_{PS} - Y_{PB})^2 + (Z_{PS} - Z_{PB})^2} \quad (34)$$

ベルクランクの揺動角  $\theta_b$  が与えられたとき、取り付け長  $l_{PS}$  はスタビライザ・ロッドを介して  $\theta_b$  と  $\theta_s$  の関数となる。つまり、 $l_{PS}$  は左右各輪のホイールストロークにより変化するため、 $l_{PS}$  を求める際は次の3通りについて考える必要がある。

- 〈Ⅰ〉 左右輪のホイールストロークが逆相となり、その絶対値が同じ場合、ロール運動のみとして  $\theta_s$  を求める。 ( $\theta_b = 0$  とする)
- 〈Ⅱ〉 左右輪のホイールストロークが同相となり、その絶対値が同じ場合、ピッチング運動のみとして  $\theta_b$  を求める。 ( $\theta_s = 0$  とする)
- 〈Ⅲ〉 左右輪のホイールストロークの絶対値が異なる場合、ロール運動とピッチング運動が連成しているとして、 $\theta_b$  と  $\theta_s$  の2変数を求める。

〈Ⅰ〉～〈Ⅲ〉の場合ともに、回転角  $\theta_b$  または  $\theta_s$  を計算するためにスタビライザ・ロッド長  $L_{ST}$  に着目する。

〈Ⅰ〉の場合：

スタビライザ・ロッドの取り付け点 B<sub>b3</sub> と S<sub>T</sub> 間の距離を  $\theta_s$  の関数として  $L_{STn1}(\theta_s)$  とおくと、

$$L_{STn1}(\theta_s) = \sqrt{\{X_{ST}(\theta_s) - X_{Bb3}\}^2 + \{Y_{ST}(\theta_s) - Y_{Bb3}\}^2 + \{Z_{ST}(\theta_s) - Z_{Bb3}\}^2} \quad (35)$$

で与えられる。そこで、

$$s_1(\theta_s) = L_{STn1}(\theta_s) - L_{ST} \quad (36)$$

と定義すると、 $s_1(\theta_s) = 0$  を満足する  $\theta_s$  を求める問題に帰着する。近似解  $\theta_s$  の導出には、式(14)において近似解  $\theta_b$  を求めた手順①～④と同じ方法を用いればよく、ここでは手順②の式のみを記す。

$$\theta_s(n+1) = \theta_s(n) - \frac{s_1\{\theta_s(n)\}}{s_1'\{\theta_s(n)\}}$$

ただし

$$s_1'(\theta_s) = \frac{(X_{ST} - X_{Bb3}) \frac{dX_{ST}}{d\theta_s} + (Y_{ST} - Y_{Bb3}) \frac{dY_{ST}}{d\theta_s} + (Z_{ST} - Z_{Bb3}) \frac{dZ_{ST}}{d\theta_s}}{\sqrt{(X_{ST} - X_{Bb3})^2 + (Y_{ST} - Y_{Bb3})^2 + (Z_{ST} - Z_{Bb3})^2}}$$

$$\frac{d}{d\theta_s} \begin{bmatrix} X_{ST} \\ Y_{ST} \\ Z_{ST} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{a'Tb0} \frac{d\mathbf{R}_{Sth}}{d\theta_s} \begin{bmatrix} L_{sy} \\ 0 \\ L_{Tb} \end{bmatrix}, \quad \frac{d\mathbf{R}_{Sth}}{d\theta_s} \begin{bmatrix} -\sin \theta_s & -\cos \theta_s & 0 \\ \cos \theta_s & -\sin \theta_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

以上より、 $\theta_s$  の近似解が得られると点 S<sub>T</sub> および点 P<sub>S</sub> などが確定する。したがって、式(34)を用いれば〈Ⅰ〉の場合の  $l_{PS}$  が計算できる。

〈Ⅱ〉の場合：

〈Ⅰ〉の場合と同様な方法で  $\theta_b$  を求める。スタビライザ・ロッドの取り付け点 B<sub>b3</sub> と S<sub>T</sub> 間の距離を  $\theta_b$  の関数として  $L_{STn2}(\theta_b)$  とおくと、次式で表される。

$$L_{STn2}(\theta_{tb}) = \sqrt{\{X_{ST}(\theta_{tb}) - X_{Bb3}\}^2 + \{Y_{ST}(\theta_{tb}) - Y_{Bb3}\}^2 + \{Z_{ST}(\theta_{tb}) - Z_{Bb3}\}^2} \quad (37)$$

そこで,

$$s_2(\theta_{tb}) = L_{STn2}(\theta_{tb}) - L_{ST} \quad (38)$$

と定義すると,  $s_2(\theta_{tb}) = 0$  を満足する  $\theta_{tb}$  を求める問題に帰着する. 近似解  $\theta_{tb}$  の導出には, 前述の方法を用いればよい. ここでは近似解法の手順②の式のみを記す.

$$\theta_{tb}(n+1) = \theta_{tb}(n) - \frac{s_2\{\theta_{tb}(n)\}}{s_2'\{\theta_{tb}(n)\}}$$

ただし

$$s_2'(\theta_{tb}) = \frac{(X_{ST} - X_{Bb3}) \frac{dX_{ST}}{d\theta_{tb}} + (Y_{ST} - Y_{Bb3}) \frac{dY_{ST}}{d\theta_{tb}} + (Z_{ST} - Z_{Bb3}) \frac{dZ_{ST}}{d\theta_{tb}}}{\sqrt{(X_{ST} - X_{Bb3})^2 + (Y_{ST} - Y_{Bb3})^2 + (Z_{ST} - Z_{Bb3})^2}}$$

$$\frac{d}{d\theta_{tb}} \begin{bmatrix} X_{ST} \\ Y_{ST} \\ Z_{ST} \end{bmatrix} = \frac{d\mathbf{R}_{a'tb}}{d\theta_{tb}} \begin{bmatrix} L_{sy} \\ 0 \\ L_{Tb} \end{bmatrix}, \quad \frac{d\mathbf{R}_{a'tb}}{d\theta_{tb}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \alpha'_{tb} & -\cos \alpha'_{tb} \\ 0 & \cos \alpha'_{tb} & -\sin \alpha'_{tb} \end{bmatrix}$$

以上より,  $\theta_{tb}$  の近似解が得られると点  $S_T$  および点  $P_S$  などが確定する. したがって, 式(34)を用いれば〈Ⅱ〉の場合の  $l_{PS}$  が計算できる.

〈Ⅲ〉の場合:

これまでの解析では, 左車輪を基準に座標系を構成しており, 右車輪に関しては, この座標系をそのまま利用する. そこで, 左車輪側でトーションバーの振れ角が  $\theta_s$  ならば, 右車輪側は  $-\theta_s$  として計算することができる.

以下の各座標では, 左車輪側と右車輪側を区別するために, 座標値の添字に, それぞれ  $l$  と  $r$  を付ける.

◆左車輪側において

点  $B_{b3}$  が確定すると, 式(30)より点  $S_T$  の座標は  $\theta_{sl}$  と  $\theta_{tl}$  の 2 変数で表される. したがって, 左車輪側スタビライザ・ロッドの取り付け点  $B_{b3}$  と  $S_T$  間の距離を  $L_{STl}(\theta_s, \theta_{tb})$  とおくと, 次式で表される.

$$L_{STl}(\theta_s, \theta_{tb}) = \sqrt{\{X_{STl}(\theta_s, \theta_{tb}) - X_{Bb3l}\}^2 + \{Y_{STl}(\theta_s, \theta_{tb}) - Y_{Bb3l}\}^2 + \{Z_{STl}(\theta_s, \theta_{tb}) - Z_{Bb3l}\}^2} \quad (39)$$

ここで,  $\mathbf{x}_{Bb3l} = {}^T[X_{Bb3l} \ Y_{Bb3l} \ Z_{Bb3l}]$  はホイールストロークにより決定される. また,

$$\mathbf{x}_{STl} = \begin{bmatrix} X_{STl} \\ Y_{STl} \\ Z_{STl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{ST}(\theta_s, \theta_{tb}) \\ Y_{ST}(\theta_s, \theta_{tb}) \\ Z_{ST}(\theta_s, \theta_{tb}) \end{bmatrix} = \mathbf{x}_{ST}(\theta_s, \theta_{tb})$$

と記すことができるから, 式(39)を次のようにベクトル表記する.

$$L_{STl}(\theta_s, \theta_{tb}) = \|\mathbf{x}_{STl} - \mathbf{x}_{Bb3l}\| = \|\mathbf{x}_{ST}(\theta_s, \theta_{tb}) - \mathbf{x}_{Bb3l}\| \quad (40)$$

そこで,

$$s_{3l}(\theta_s, \theta_{tb}) = L_{STl}(\theta_s, \theta_{tb}) - L_{ST} = \|\mathbf{x}_{ST}(\theta_s, \theta_{tb}) - \mathbf{x}_{Bb3l}\| - L_{ST} \quad (41)$$

と定義する.

◆右車輪側において

左車輪側と同様にして, 右車輪側スタビライザ・ロッドの取り付け点  $B_{b3}$  と  $S_T$  間の距離を  $L_{STr}(\theta_s, \theta_{tb})$  とおくと, 次式で表される.

$$L_{STr}(\theta_s, \theta_{tb}) = \sqrt{\{X_{STr}(\theta_s, \theta_{tb}) - X_{Bb3r}\}^2 + \{Y_{STr}(\theta_s, \theta_{tb}) - Y_{Bb3r}\}^2 + \{Z_{STr}(\theta_s, \theta_{tb}) - Z_{Bb3r}\}^2} \quad (42)$$

ここで,  $\mathbf{x}_{Bb3r} = {}^T[X_{Bb3r} \ Y_{Bb3r} \ Z_{Bb3r}]$  はホイールストロークにより決定されるが, 前提条件により  $\mathbf{x}_{Bb3l}$  とは異なるものとする. また,

$$\mathbf{x}_{STr} = \begin{bmatrix} X_{STr} \\ Y_{STr} \\ Z_{STr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{ST}(-\theta_s, \theta_{tb}) \\ Y_{ST}(-\theta_s, \theta_{tb}) \\ Z_{ST}(-\theta_s, \theta_{tb}) \end{bmatrix} = \mathbf{x}_{ST}(-\theta_s, \theta_{tb})$$

と記すことができるから、式(42)を次のようにベクトル表記する。

$$L_{STr}(\theta_s, \theta_{tb}) = \|\mathbf{x}_{STr} - \mathbf{x}_{Bb3r}\| = \|\mathbf{x}_{ST}(-\theta_s, \theta_{tb}) - \mathbf{x}_{Bb3r}\| \tag{43}$$

そこで、

$$s_{3r}(\theta_s, \theta_{tb}) = L_{STr}(\theta_s, \theta_{tb}) - L_{ST} = \|\mathbf{x}_{ST}(-\theta_s, \theta_{tb}) - \mathbf{x}_{Bb3r}\| - L_{ST} \tag{44}$$

◆左右車輪のまとめ

式(41)と式(44)をまとめて、 $\mathbf{s}_3 = {}^T[s_{3l} \ s_{3r}]$  とおく。  $\mathbf{s}_3$  は、  $\theta_s$  と  $\theta_{tb}$  の 2 変数関数である。  $\mathbf{s}_3 = \mathbf{0}$  を満足する  $\theta_s$  と  $\theta_{tb}$  を求める問題に帰着する。  $\boldsymbol{\theta}_3 = {}^T[\theta_s \ \theta_{tb}]$  とおいて、近似解  $\boldsymbol{\theta}_3$  の導出には、2 変数の Newton-Raphson 法を用いる。解法の計算手順は 1 変数の場合と同じである。

① 初期値を  $\boldsymbol{\theta}_3(1) = \boldsymbol{\theta}_{30} = \mathbf{0}$  とおく。

②  $\boldsymbol{\theta}_3(n+1) = \boldsymbol{\theta}_3(n) - \mathbf{J}^{-1}\{\boldsymbol{\theta}_3(n)\} \cdot \mathbf{s}_3\{\boldsymbol{\theta}_3(n)\}$  (45)

を計算する。ただし、式(45)の  $\mathbf{J}$  はヤコビ行列であり、次式で表される。

$$\mathbf{J} = \frac{\partial (s_{3l}, s_{3r})}{\partial (\theta_s, \theta_{tb})} = \begin{bmatrix} \frac{\partial s_{3l}}{\partial \theta_s} & \frac{\partial s_{3l}}{\partial \theta_{tb}} \\ \frac{\partial s_{3r}}{\partial \theta_s} & \frac{\partial s_{3r}}{\partial \theta_{tb}} \end{bmatrix}$$

③  $\|\boldsymbol{\theta}_3(n+1) - \boldsymbol{\theta}_3(n)\| < \mathbf{E}$  が成立する場合は手順④へ進む。成立しない場合は、 $n = n + 1$  と置換して手順②へ戻る。定数  $\mathbf{E}$  は近似精度に影響するため、できるだけ小さい値に設定しておく。

④  $\boldsymbol{\theta}_3 = \boldsymbol{\theta}_3(n+1)$  として終了。

以上より、 $\boldsymbol{\theta}_3 = {}^T[\theta_s \ \theta_{tb}]$  の近似解が得られると点  $S_T$  および点  $P_S$  などが確定する。したがって、式(34)を用いれば〈Ⅲ〉の場合の  $l_{PS}$  が計算できる。

### 4. サスペンション特性について

#### 4.1 リンク・レバー比とホイール端ばね定数

##### 4.1.1 カ・トルク計算のための簡易モデル

サスペンションの重要な特性の一つにホイール端ばね定数がある。これを導出するためには、ホイール端の変位（速度）を入力として、サスペンションばねの変位、ショックアブソーバのピストン速度、およびスタビライザの捩れ角の

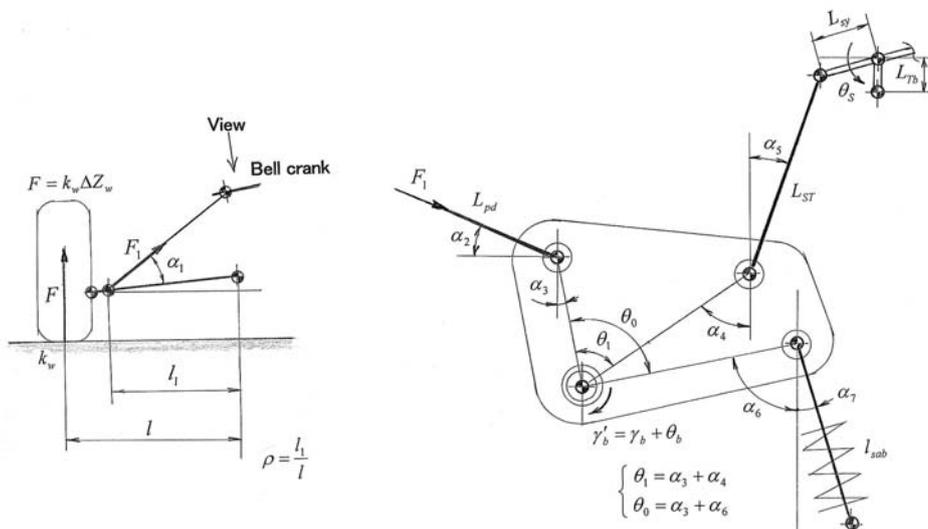


Fig. 6 Simplified calculation model to analyze structure around bell crank

各々を出力としたときの入出力の関係が必要となる。加えて、ホイール端に加わる力を入力として、サスペンションばね力、ショックアブソーバ減衰力およびスタビライザの振りトルクを出力としたときの入出力の関係も必要である。

これら2つの入出力の関係において、前者の変位・角度の関係を計算する方法は既に前章に記した。ここでは導出する入出力関係の見通しをよくするため、計算で求めた関係を線形近似して用いることにする。また、後者の力・トルクの関係は、図6に示すような単純化した解析モデルを用いて導出する。

図6において、リンク・レバー比  $\rho$  は  $\rho = l_1/l$ 、角度は  $\theta_0 = \alpha_3 + \alpha_6$ 、 $\theta_1 = \alpha_3 + \alpha_4$  の関係がある。

#### 4・1・2 サスペンションばねについて

図6のタイヤ上下力  $F$  とサスペンションばね力  $F_c$  の関係は次式で表される。

$$F_c = \frac{Fr_{b1} \cos(\alpha_2 + \alpha_3)}{\rho r_{b2} \sin \alpha_1 \sin(\alpha_6 + \alpha_7)} \quad (46)$$

一方で、サスペンションばねの単体ばね定数を  $k_s$ 、取り付け長の変化を  $\Delta l_{sab}$ 、サスペンションばねによるホイール端ばね定数を  $k_{wc}$ 、およびホイールストローク変化を  $\Delta Z_W$  とすると、 $F_c = k_s \Delta l_{sab}$  と  $F = k_{wc} \Delta Z_W$  の関係がある。この2つの式を式(46)に代入して、 $k_{wc}$  についてまとめると、

$$k_{wc} = \frac{\rho r_{b2} \sin \alpha_1 \sin(\alpha_6 + \alpha_7) k_s \Delta l_{sab}}{r_{b1} \cos(\alpha_2 + \alpha_3) \cdot \Delta Z_W} \quad (47)$$

を得る。

そこで、前章の計算結果をもとに  $\Delta l_{sab} \doteq \rho_c \Delta Z_W$  の線形性を仮定すると、式(47)は次式で表される。

$$k_{wc} = \frac{\rho \rho_c r_{b2} \sin \alpha_1 \sin(\alpha_6 + \alpha_7) k_s}{r_{b1} \cos(\alpha_2 + \alpha_3)} \quad (48)$$

ただし、 $\rho_c$  はサスペンションばねの取り付け長の変化とホイールストロークの比を示しており、これもリンク・レバー比に相当する。

なお、ショックアブソーバはサスペンションばねと同軸で取り付けられていることを前提としており、この場合の入出力の関係は式(46)で表される。

次に、スペース効率向上を目的にサスペンションばねをコイル・スプリングからトーションバー・スプリングに置き換えた場合について考える。トーションバーはベルクランクの回転軸に設けるものとする。

タイヤ上下力  $F$  とベルクランク回転軸部のトルク  $T_b$  との関係は次式で表される。

$$T_b = \frac{Fr_{b2} \cos(\alpha_2 + \alpha_3)}{\rho \sin \alpha_1} \quad (49)$$

一方で、トーションバーの横弾性係数を  $G$ 、断面2次極モーメントを  $I_{Pb}$  とすると、

$$T_b = \frac{GI_{Pb} \theta_b}{d'_b} \quad (50)$$

の関係がある。

式(49)と式(50)および  $F = k_{wct} \Delta Z_W$  の関係を用いて、トーションバーによるホイール端ばね定数  $k_{wct}$  を求めると、

$$k_{wct} = \frac{\rho GI_{Pb} \sin \alpha_1 \cdot \theta_b}{r_{b2} d'_b \cos(\alpha_2 + \alpha_3) \Delta Z_W} \quad (51)$$

を得る。前章の計算結果をもとに  $\theta_b \doteq \rho_b \Delta Z_W$  の線形性を仮定すると、式(51)は次式で表される。

$$k_{wct} = \frac{\rho \rho_b GI_{Pb} \sin \alpha_1}{r_{b2} d'_b \cos(\alpha_2 + \alpha_3)} \quad (52)$$

ただし、 $\rho_b$  はトーションバーの捩れ角とホイールストロークの比を示す。

#### 4・1・3 スタビライザについて

ロール運動時におけるタイヤ上下力  $F$  とスタビライザ・ロッド軸力  $F_s$  の関係は次式で表される。

$$F_s = \frac{Fr_{b1} \cos(\alpha_2 + \alpha_3)}{\rho r_{b3} \sin \alpha_1 \sin(\alpha_5 - \alpha_4)} \quad (53)$$

また、スタビライザのトーションバーの振りトルクを  $T_s$ 、断面2次極モーメントを  $I_P$  とすると、

$$T_s = 2F_s L_{sy} \cos \alpha_5 = \frac{GI_P \theta_s}{L_{Tb}} \quad (54)$$

の関係がある。

式(53)、式(54)および  $F = k_{ws}\Delta Z_W$  の関係を用いて、スタビライザによるホイール端ばね定数  $k_{ws}$  を求めると次のようになる。

$$k_{ws} = \frac{\rho G I_P r_{b3} \sin \alpha_1 \sin (\alpha_5 - \alpha_4) \cdot \theta_s}{2 L_{sy} L_{Tb} r_{b1} \cos (\alpha_2 + \alpha_3) \cos \alpha_5 \cdot \Delta Z_W} \quad (55)$$

前章 3・4 〈I〉 の場合の計算結果をもとに、 $\theta_s \doteq \rho_s \Delta Z_W$  の線形性を仮定すると、式(55)は次式で表される。

$$k_{ws} = \frac{\rho \rho_s G I_P r_{b3} \sin \alpha_1 \sin (\alpha_5 - \alpha_4)}{2 L_{sy} L_{Tb} r_{b1} \cos (\alpha_2 + \alpha_3) \cos \alpha_5} \quad (56)$$

ただし、 $\rho_s$  はスタビライザの捩れ角  $\theta_s$  とホイールストロークの比である。

#### 4・1・4 ピッチング・ダンパについて

前章 3・4 〈II〉 のピッチング運動のみの場合について考える。スタビライザ・ロッドの軸力  $F_s$  により、点  $T_b$  を含む車体側取り付け回転軸回りに生じるトルクを  $T_p$ 、およびピッチング・ダンパ軸方向の力を  $F_d$  とすると、次の関係が成立する。

$$T_p = 2 F_s L_{Tb} \cos \alpha_5 \quad (57)$$

$$T_p = F_d d_{PS} \quad (58)$$

式(57)と式(58)より、

$$F_d = \frac{2 F_s L_{Tb} \cos \alpha_5}{d_{PS}} \quad (59)$$

となる。式(59)に式(53)を代入すると

$$F_d = \frac{2 F L_{Tb} r_{b1} \cos (\alpha_2 + \alpha_3) \cos \alpha_5}{\rho d_{PS} r_{b3} \sin \alpha_1 \sin (\alpha_5 - \alpha_4)} \quad (60)$$

が得られて、タイヤ上下力  $F$  と  $F_d$  の関係が明らかになる。

また、ピッチング・ダンパの取り付け長の変化を  $\Delta L_{PS}$  とすると、前章 3・4 〈II〉 の場合の計算結果をもとにして、 $\Delta L_{PS} \doteq \rho_{PS} \Delta Z_W$  の線形性を仮定することが可能である。ただし、 $\rho_{PS}$  は定数とする。

#### 4・2 ロール剛性

サスペンションばねとスタビライザによるロール剛性をそれぞれ  $K_{\phi c}$ 、 $K_{\phi s}$  とすると、

$$K_{\phi c} = \frac{1}{2} k_{wc} t^2, \quad K_{\phi s} = \frac{1}{2} k_{ws} t^2 \quad (61)$$

で与えられる。ただし、 $t$  はトレッド。

したがって、全ロール剛性  $K_\phi$  は次式で表される。

$$K_\phi = K_{\phi c} + K_{\phi s} = \frac{1}{2} (k_{wc} + k_{ws}) t^2 \quad (62)$$

式(48)、(56)および式(62)より明らかなように、車体のロール剛性は、ばね単品の特性だけでなく、リンク・レバー比やベルクランク上のロッドおよびサスペンションばね取り付け位置等も大きな影響を及ぼすことがわかる。なお、式(62)の右辺において、 $k_{wc}$  は式(52)で与えられるトーションバーの  $k_{wct}$  に置き換えることができる。

#### 4・3 考察

サスペンション機構を単純化した解析モデルを用いて、サスペンションばねとスタビライザによるホイール端ばね定数をそれぞれ式(48)、(52)と式(56)に示した。また、ショックアブソーバおよびピッチングダンパによるホイール端の減衰力特性についても、式(46)と式(60)を用いてそれぞれ簡単に算出できる。これらの特性は、車両のバウンスやピッチング運動の解析では必要不可欠のものである。

また、ホイール端ばね定数を単純な一定値として表すことができたため、ロール剛性も式(62)で求められることになる。

このように、ベルクランク機構を有するサスペンションのばね、ダンパ特性およびロール剛性の計算式を明らかにしたので、車体姿勢変化の動的解析に留まらず、車両ステア特性の解析<sup>(4)(5)</sup>も容易に可能となる。

ただし、この方法は前提条件としてホイールストロークが小さい場合を想定しており、ホイールストロークが大きくなると単純化モデルが成立せず、ばねやダンパ特性の非線形性が強くなるために計算結果の信頼性は低下する。しかし、

本来ベルクランク機構を有するダブルウィッシュボーン式サスペンションはレーシングカーに採用されることが多く、ホイールストロークも一般的な乗用車に比べて極端に小さいために、前提条件は妥当なものと考えられる。

ところで、これまではピッチング制御のためにピッチング・ダンパを用いる方式について述べた。しかし、このピッチング・ダンパに替えて、スタビライザの車体側取り付け回転軸部をトーションバーとしてばね効果を持たせ、付け根部にロータリ・ダンパ<sup>6)</sup>を用いれば、スペース効率を向上が図れてピッチング制御のための設計自由度も大きくすることが可能になる。この新方式の概要図を図7に示す。この場合のトーションバーによるホイール端ばね定数  $k_{Wp}$  を求めておく。

まず、トーションバーの振り角とトルクの関係より、

$$\frac{1}{2}T_p = GI_{P1} \frac{\theta_{tb}}{L_{sy}} \quad \text{または} \quad T_p = \frac{2GI_{P1}\theta_{tb}}{L_{sy}} \tag{63}$$

が成立する。ただし、 $I_{P1}$ は断面2次極モーメントである。

式(57)、(63)および式(53)より、

$$F = \frac{\rho GI_{P1} r_{b3} \sin \alpha_1 \sin(\alpha_5 - \alpha_4) \cdot \theta_{tb}}{L_{sy} L_{Tb} r_{b1} \cos(\alpha_2 + \alpha_3) \cos \alpha_5} \tag{64}$$

が導出される。この式に、 $F = k_{Wp} \Delta Z_W$  の関係を代入して  $x_{Wp}$  を求めると、

$$k_{Wp} = \frac{\rho GI_{P1} r_{b3} \sin \alpha_1 \sin(\alpha_5 - \alpha_4) \cdot \theta_{tb}}{L_{sy} L_{Tb} r_{b1} \cos(\alpha_2 + \alpha_3) \cos \alpha_5 \cdot \Delta Z_W} \tag{65}$$

を得る。

前章3・4〈II〉の場合の計算結果をもとに、 $\theta_{tb} \doteq \rho_{tb} \Delta Z_W$  の線形性を仮定すると、式(65)は次式で表される。

$$k_{Wp} = \frac{\rho \rho_{tb} GI_{P1} r_{b3} \sin \alpha_1 \sin(\alpha_5 - \alpha_4)}{L_{sy} L_{Tb} r_{b1} \cos(\alpha_2 + \alpha_3) \cos \alpha_5} \tag{66}$$

ただし、 $\rho_{tb}$  はトーションバーの振り角  $\theta_{tb}$  とホイールストロークの比である。

ピッチング制御はフロントおよびリヤ・サスペンション双方の特性と密接な関係があるうえに、サスペンション・ジオメトリによるアンチ・ダイブ効果等も無視できない<sup>(7)(8)</sup>。このピッチング制御が車両運動性能に及ぼす影響を解析してサスペンション特性の具体的な設計手法を明示することは今後の課題である。

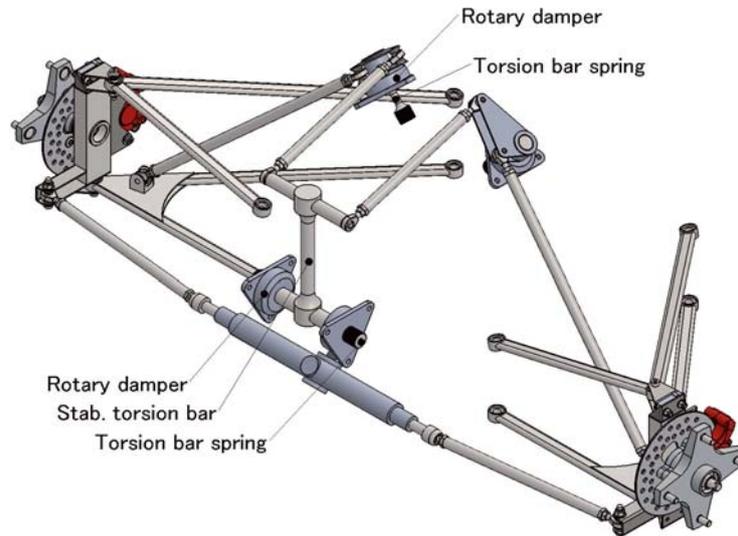


Fig. 7 Suspension mechanism using torsion bar springs and rotary dampers

## 5. まとめ

ベルクランク機構を有するダブルウィッシュボーン式サスペンションに関して、サスペンションばねとダンパ特性の解析が簡便に行えるような計算方法の検討を行い、以下の結果を得た。

- (1) サスペンションばね、ショックアブソーバ、スタビライザおよびピッチング・ダンパのリンク幾何について、機構学理論を基にした計算モデルとそのアルゴリズムを構築した。

- (2) (1)の計算結果を基にして求めた変位・角度の入出力関係の線形近次式と、ベルクランク周りの構成を模した単純な線形計算モデルから求めた力・トルクの入出力関係式とを用いて、サスペンションばねとスタビライザ各々のホイール端ばね定数、ロール剛性の計算式を示した。また、ショックアブソーバおよびピッチング・ダンパのホイール端における減衰力の計算式も示した。
- (3) (2)で導出した式により、ばね・ダンパ単体特性のみではなく、レバー比やベルクランク上のロッドおよびサスペンションばね等の取り付け位置もサスペンション特性に大きな影響を及ぼすことを明らかにした。
- (4) ピッチング制御に関しては、スペース効率や設計自由度を大きくする観点から、ピッチング・ダンパに替えてロータリダンパとトーションバーを採用する方式を提案し、この新方式のホイール端ばね・ダンパ特性の計算式を示した。本研究に関して、今後の課題としては次の内容があげられる。
- ・具体的な車両およびサスペンション／ステアリングに関する諸元データをもとに解析および設計計算を行い、本報告で提案した計算方法の妥当性を示す。
  - ・今回は力・トルクの入出力関係を簡易な計算モデルを用いて導出したが、このモデルは2次元モデルとして近次したものである。これにより導出した計算式は、各種パラメータがどのようにサスペンション特性に影響を及ぼすかを検討する際に直感的で把握しやすい利点がある。しかし、ベルクランクおよびリンク類をXY平面（水平面）に対して大きな角度で配置した際は、十分な計算精度が得られない可能性がある。精度向上のために、機構学理論を直接用いて力・トルクの入出力関係を3次元ジオメトリで導出する方法を示す。
  - ・ベルクランクやリンク等は、全て剛体として取り扱ったが、実際は車体側取付け部を含めて柔性を有しており、サスペンション／ステアリング系および車体の剛性を考慮したサスペンション特性の機構解析を行う。
  - ・考察で取り上げたピッチング制御に関する解析などである。

## 6. あとがき

本論文を執筆するにあたり、交通機械工学科4年の稲永基希君には3D-CADを用いた図の作成で協力をいただいた。ここに感謝の意を表する。

## 文 献

- (1) 森和典, “走行系の統合制御を適用した車両の運動性能”, 日本機械学会論文集C編, Vol. 68, No. 671 (2002- 7), pp. 172-179.
- (2) 檜垣和夫, F 1 最新マシンの科学 (2000), pp. 124-143, 講談社.
- (3) 森和典, “サスペンション・ステアリング幾何の計算法に関する考察”, 久留米工業大学研究報告, No. 36 (2014- 3), pp. 13-31.
- (4) 森和典, “四輪操舵車の旋回運動時操舵応答性の解析”, 日本機械学会論文集C編, Vol. 59, No. 560 (1993- 4), pp. 112-117.
- (5) 藤岡健彦, 鎌田実, 自動車プロジェクト開発工学 (2001), pp. 152-155, 技報堂出版.
- (6) 巨理厚, 機械振動 (1966), pp. 10-12, 丸善株式会社.
- (7) Donald Bastow, Geoffrey Haward and John P. Whitehead, Car Suspension and Handling (Fouth Edition) (2004), pp.158-162, SAE international.
- (8) 森和典, “うねり路走行時における車両旋回性能の解析 (第2報: 懸架系リンク幾何特性の影響)”, 久留米工業大学研究報告, No. 22 (1998-12), pp. 23-32.