〔論 文〕

Python と OpenCV を用いたシャインマスカットの収穫判別方法

久保山翔貴*1·山本 俊彦*1·井上 利明*2

Harvest Discrimination Method of Shine Muscat Grape Using Python and OpenCV

Shoki KUBOYAMA*1, Toshihiko YAMAMOTO*1 and Toshiaki INOUE*2

Abstract

The length of sunlight and the temperature difference between the mornings and the evenings in Japan are suitable for grape cultivation; therefore cultivation of many kinds of grapes is popular in various places in the country. Recently, yellowish green grapes have become more popular as compared with black grapes. Shine Muscat with Muscat flavor is the most popular among consumers, and it is sold at approximately twice the price of Kyoho (a kind of black grape). Black grapes such as by Kyoho can indicate their maturation process by their color; however, this is difficult to accomplish with the yellowish green grape. Furthermore, it is difficult to determine the harvest time because the color change from green to yellowish green is minor. To solve this issue, farmers harvest the grape based on the sugar content and yellow color. They use a five-step color sample for Shine Muscat called a "color chart" or a commercially expensive nondestructive saccharimeter. This paper focuses on image processing using Python and a method that automatically determines the harvest time by extracting a Shine Muscat image from camera. The proposed system monitors the changing color of an image data and it can be applied in the harvest time assessment for the whole bunch that have been captured in the image.

Key Words : Python, OpenCV, HSV(Hue), Shine Muscat, Cultivation condition, Sugar content(Brix)

1. はじめに

日本は日照時間の長さや朝晩の寒暖の差がぶどうの栽培条件に適しているため、昔から各地でぶどうの栽培が盛んで ある.また、久留米市田主丸町はぶどうの王様と呼ばれる「巨峰」栽培の発祥の地であり、町内の圃場では長期に渡っ てぶどうの収穫ができるように、多くの品種が栽培されている.

以前は巨峰を代表とする黒系ぶどうが流通の主流であったが、最近、緑系ぶどうに人気が移行している。その一番人気は「シャインマスカット」である。シャインマスカットは爽やかなマスカット香があり、甘く皮のまま食べられる上に、巨峰の約2倍の価格で取引されるため、生産者の立場から見ても非常に魅力的な品種である。しかし、緑系ぶどうはその生育過程において黒系ぶどうに比べ収穫時期の判断が非常に難しい。なぜなら、黒系ぶどうは果皮色が緑色から 黒紫色へ大きく変化するが、緑系ぶどうは緑色から黄緑色への色変化が小さいからである。この問題に対して、生産者は、自分で食べたときの甘味と目視による色、カラーチャートと呼ばれるシャインマスカット専用の五段階色見本^{(1).(2)} による糖度の予想、または市販の非破壊糖度計⁽³⁾でぶどうの収穫を判断している。非破壊糖度計は非常に高価であり、 多くの生産者は過去の経験に基づく収穫を行っているため低糖高酸のぶどうを出荷することはないが、栽培経験の浅い 生産者や糖度計による正確な測定を行わない生産者の場合、未熟なぶどうを出荷し、シャインマスカットの評判を落と す危険性がある。

本研究では Python を活用した画像処理に注目し,カメラによるシャインマスカットの果粒画像データから色データ の抽出および HSV 色空間への変換を行い,現在の熟度の数値化,収穫時期の確率,または収穫の可否を表示する簡易 的なシステムを作成した.本システムを応用して,シャインマスカットの房全体画像を収穫時期の判断材料として利用 することも可能である.

2. Python と色情報変換

2-1 Python と OpenCV

プログラミング言語 Python は記述がシンプルで、データ処理や画像処理、データベースとの連携など多岐にわたる ライブラリが充実しているため、教育や研究などの様々な分野で使用されるオブジェクト指向のプログラミング言語で ある. また、OpenCV はインテルが開発・公開した、コンピュータで画像処理解析や機械学習を行うための機能がま とめて実装されているオープンソースのライブラリであり、Python にも対応している.

2-2 RGB 表色系と HSV 表色系

RGB 表色系は原色の要素で色を分類する表現方法であり、ディスプレイなどの映像表示に使われる.赤(Red)・緑(Green)・青(Blue)の明度を0~255の値で表す.一方、HSV 表色系は色相(Hue)・彩度(Saturation)・明度(Value)の色の三属性と呼ばれる基準により色を分類する表現方法であり、人間が色を知覚する方法に非常に近い. OpenCV では、色相を0~179、彩度と明度を0~255の値で表す.

本研究では、Python と OpenCV を用いてシャインマスカットの果粒表皮画像から RGB 表色系の情報(出力は BGR) を抽出し、更に HSV 表色系の情報に変換を行っている.

2-3 色相を用いた収穫時期の判断方法

2-2節の表色系の表現方法では、赤(R)・緑(G)・青(B)、及び彩度(S)・明度(V)は照明の影響を受けやす く数値の振れ幅も大きい.しかし、色相(H)に関しては照明の影響を受けにくいという性質を持っている⁽⁴⁾.したがっ て、色相は画像の色調補正を行う必要がないという点で他の表現方法に比べ優れており、色を用いたシャインマスカッ トの収穫時期の判断に適している. OpenCV 表記の色相の値と色の関係を図1に示す.



Fig. 1 Hue values and color

2-4 シャインマスカットのカラーチャート

図2は山梨県総合理工学研究機関が開発したシャインマスカット専用の五段階変化のカラーチャート^⑤であり、この カラーチャートから色相の色情報を取得した結果を表1に示す.

表1の色相(Hue)の値は一段階目(No.1)から五段階目(No.5)で42~30と変化し,熟すにつれて色相の値が 低くなっている.これは図1において黄緑から黄色への色変化に相当する.また,図2のカラーチャートからも段階を 追うごとに黄色が強くなっていることが確認できる.成果報告書によると,「三段階目(No,3)で糖度が収穫可能な 18 Brix以上である.」と記載されている.このカラーチャートでは三段階目の色相の値は35であるが,三重県農業研究 所が公表している色相と糖度の関係⁽⁴⁾では,「色相の値が低くなるにつれて糖度は高くなり,収穫基準の色相は30であ る.」と記載されているのみで,明確な基準がどこにあるのか不明である.

1	2	3	4	5
1				

Fig. 2 Color chart of Shine Muscat

Table 1 Hue value of color chart

No.	1	2	3	4	5
Hue	42	37	35	33	30

2-5 識別プログラム

シャインマスカットの果粒画像から果皮色の色情報を取得し,基準の数値と比較して収穫の可否を判断する識別プロ グラムのフローチャートを図3に示す.

プログラムは、まず、読み込まれた果粒画像の画素数を1000×1000に変換し、座標指定を容易にするために図4に示 す100×100マスの分割線を引いた後、色情報を取得する範囲(図4右)を指定し、1画素毎のRGB表色系の情報を取 得する.次に、このRGB表色系の情報をHSV表色系に変換し、一次元化して平均値を求める.求めたHSV表色系の 色相(Hue)の値を基準値と比較し、収穫可能であるかの判断を行う.



Fig. 3 Flowchart of color determining program



Fig. 4 Procedure of the color information acquisition

実験結果と考察

3-1 色相と糖度の関係

JA 直売所に出荷する農家の収穫直後のシャインマスカットの果粒と、同じ直売所で購入した他の生産者の房を使っ て色相と糖度の関係を調べた. 識別プログラムにカメラで撮影したシャインマスカットの画像を読み込ませ、色相の値 を記録すると同時に破壊糖度計により糖度を測定した. 色相と糖度の関係を図5に示す.

本研究では識別プログラムを色相の計測のために用い,色相と糖度の関係性の確認,および収穫時期の色相基準を明確に定めるための基礎データとした.撮影はSony製のα6000(2400万画素)を用いて順光(屋内)の状態で行った. また,糖度計は京都電子工業製のポータブル糖度計BX-1を使用した.



Fig. 5 Relation between hue and sugar content

図5より,三重県農業研究所公表の収穫判断基準である色相が30以下の場合,糖度が18 Brix 以上となる確率は6粒 中6粒で100%であった。色相が30の場合,糖度は間違いなく収穫判断基準の18 Brix 以上となるが,一見してかなり黄 色が強くシャインマスカットとしての商品価値は低くなる。そのため、少し緑色が強く色相が高い段階で収穫する必要 がある。一方、山梨県総合理工学研究機関製作のカラーチャートの判断基準である色相が35以下の場合,糖度が18 Brix 以上となる確率は41粒中36粒で87.80%であり、基準として十分に高い確率である。この確率が90%を超えるのは、色 相が32.5以下のときで26粒中24粒の92.31%である。以上のことから、Sony 製のα6000のカメラを使用した場合、判断 基準としては色相35~32.5を用いることが実用的である。

3-2 明暗による色相の差

色相が照明の影響を受けにくい性質を持っている⁽⁴⁾ことを確認するため, 蛍光灯を使わず, ブラインドの有無で明る さを変え色相の差を調べた(図6).実験には一房合計18粒を使用し,撮影にはα6000を用いて曇りの日の順光の状態 で行った. 図6より,明暗による差は最小で0.02 (No.15),最大で1.10 (No.2)であった.全体を平均すると差は0.45であり, これは十分に照明の影響を受けにくい文献⁽⁴⁾通りの結果である.



Fig. 6 Hue difference with and without blinds

3-3 画素数の変換による色相の変化

色相を計測する過程で画素数を変換するため、画素数の変化が色相に与える影響について実験を行った. 600×600(36 万画素)のシャインマスカットの果粒画像を、300×300(9万画素)と1200×1200(144万画素)に画素数を変換した ときの色相の変化を表2に示す.

表2より,画像の画素数を縮小した際には色相は0.09下がり,拡大した際には0.01下がった.以上のことから,画素 数の変換による色相の変化は非常に小さく無視できる.

Table 2	Change in	hue by	converting th	e number	of pixels
		-			_

Pixel	90, 000	360, 000	1,440,000
Hue	35.42	35. 51	35. 5

3-4 製造業企業が異なるカメラの色相と糖度

製造業企業が異なるカメラの色相を調べるため, Sony 製の α6000と Nikon 製の D750 (2400万画素) で撮影を行い, 色相を測定した. 図7は α6000および D750で撮影したシャインマスカットの36粒の色相と糖度の関係を比較した図で ある.



Fig. 7 Relation between hue and sugar content of different cameras

図7より,同じ果粒を撮影したデータであったとしても Nikon 製の D750は Sony 製の α6000に比べ色相の範囲が狭く,近似直線にズレが生じている.これはカメラの撮像素子が受け取る情報に様々な調整を行う画像処理エンジンのメーカによる特性の差が関係していると考えられる.

4. おわりに

実験の結果により、収穫基準の糖度18 Brix 以上のシャインマスカットを画像から8~9割の確率で判断できるシス テムの構築は十分に可能であるという確証を得た.システムの表示形式としては収穫の確率を数字で表す、または〇× などの簡易的な判定を行うことができる.さらに、実験から得られた色相と糖度の関係を利用して、図8のように基準 (例えば色相33など)より色相の高い画素だけを黒く塗りつぶす加工を行い、視覚的に房全体の収穫可否を判断する方 法も可能である.

問題点としては、カメラの画像処理エンジンによる色相のずれである. 今回の実験で得られた基準は Sony 製の α6000 で撮影した場合の値であり、比較のために用いた Nikon 製の D750のような他社のカメラで撮影したシャインマスカッ トの画像から抽出した色相を、今回の基準に照らし合わせても収穫時期の保証はできない. 解決策としては、基準の設 定から実際の利用までのカメラを同一のカメラで行うことである. 今後、カメラ付きタブレット端末などを使用して、 カメラの画像をタブレット本体で画像変換し、結果を簡単に出力する方法に変更する必要がある.



Fig. 8 Whole image processing of grapes

なお、撮影時には、色相の情報を取得する際の画像加工を容易にするために果粒を大きく、かつ光の反射で果皮表面 が白く映らないように順光で撮影するなどの工夫が必要である。また、房の上下で糖度と色づきの具合の差異が顕著な ため、果粒を採取する際や房から色相のデータを取得する場合、房の上、中、下からの画像データの取得を意識する必 要がある。

文 献

- (1) 小林和司, 宇土幸伸, 鈴木文晃, 串田賢一, ぶどう 'シャインマスカット'の収穫適期の把握と専用カラーチャートの開発, 山梨県総合理工学研究機構研究報告, 第7号 (2012), pp. 75-78.
- (2) 小林和司, 宇土幸伸, 鈴木文晃, 串田賢一, ぶどう 'シャインマスカット'の収穫適期の把握と専用カラーチャートの開発 (第2報), 山梨県総合理工学研究機構研究報告, 第8号 (2013), pp. 59-62.
- (3) (㈱メカトロニクス, 非破壊糖度計 N-1, https://mechatronics.co.jp/introduce_n1
- (4) 近藤宏哉, 岩田智之, 三重県版ブドウ「シャインマスカット」カラーチャートを用いた収穫期判定, 平成25年度三重農研成 果情報(4).
- (5) ブドウ「シャインマスカット」の専用カラーチャート開発, http://www.maff.go.jp/j/kanbo/kihyo03/gityo/new_tech_cultivar /pdf/18.pdf

〔論 文〕

空力ウィングによるタイヤの接地荷重制御を適用した 自動車の操舵応答安定性

森 和典*1·梶山項羽市*1

Vehicle Maneuverability and Stability Using Wheel Load Control Method with Aerodynamic Wings

Kazunori MORI*1, Kouichi KAJIYAMA*1

Abstract

Using simple theoretical analysis, this paper clarifies the influence that the tire load change and the wheel stroke change on the front/rear suspension by the installation position of the front or rear aerodynamic wing exert on the cornering performance of the vehicle. As an application of the obtained result, we propose a new method of actively controlling the inclination angle of the front and rear aerodynamic wings according to vehicle velocity and the deceleration and acceleration to make the tire load and the wheel stroke change as the target characteristics in each wheel using a reverse–lift where the wings are generated. Additionally, because computer simulation confirms that the vehicle equipped with this control system enables good cornering performance, the study provides the outline of the evaluation result and its consideration.

Key Words: Automobile, Aerodynamics, Aerodynamic Wing, Vehicle Dynamics, Maneuverability, Stability

1. 緒 言

自動車が走行する際、車体周辺の空気流により車体には揚力と抗力が発生する.空気力である揚力と抗力は車体と空 気流の相対速度の2乗に比例するため、高速走行時は大きな車体外力となり走行性能に悪影響を及ぼす.車体に作用す る揚力は車体を上向きに持ち上げるためにタイヤ接地荷重の減少を招きコーナリングフォースが小さくなり走行安定性 が悪化する.また、抗力は走行抵抗の一つであり、車両の加速性能、登坂性能および燃費に影響する.そのため、車体 の揚力や抗力低減のために車体形状や空力パーツなど様々な工夫が提案されて実用化に至っている.現在も揚力および 抗力低減のために研究開発が積極的に行われている^{(1)~(4)}.

特に揚力低減に関しては、スポーツカーやレーシングカーにおいて車体後部または前後部に空力ウィングを取り付け て逆揚力を発生させる方法が従来からよく知られている⁽⁵⁾.空力ウィングは、車体に作用する揚力を減少させるだけで なく、車体揚力よりも大きい逆揚力を発生させることでタイヤ接地荷重を増加させて走行安定性向上を図ることにも用 いられる.しかし、実用化されている空力ウィングは翼の取り付け角が固定されており、走行中に自動的に取り付け角 を可変にする装置は見当たらない.高速時にウィングまたはスポイラーを車体から出現させて車体に作用する揚力や抗 力を減少させる装置が実用化されているがこの翼の取り付け角も可変ではない.そこで、走行条件に応じて空力ウィン グの翼の取り付け角を自動的に可変にすれば、空気力をより有効に活用できて車両運動性能の向上に繋がることが想定 される.

空力ウィングを搭載した車両は数多く市場に存在しカーレースにも参戦しているが、その技術的な内容やノウハウに 関して公表された文献等はほとんど見当たらない。また、翼断面形状や翼の空力性能、ウィングと車体との空気流の相 互干渉や微小擾乱等による空力特性変動などの研究は様々行われているものの、空力デバイスによる空気力が車両運動 性能に与える影響について直接言及した研究は数少ない。

本報では、空力ウィングの取付け位置による前後輪のタイヤ接地荷重変化およびホイールストローク変化が旋回性能

^{*1} 交通機械工学科

令和元年7月30日受理

へ及ぼす影響を簡単な解析計算により明らかにする.応用として、空力ウィングが発生する逆揚力を利用することにより、各輪のタイヤ接地荷重およびホイールストローク変化を所定の目標値とするため車速と前後加速度に応じて翼の取り付け角をアクティブ制御する方法を示す.この制御方法を用いる車両の旋回性能に関するシミュレーション計算を行った結果、制御効果を把握できたのでその概要を報告する.

2. 記号の説明

本文の中で使用する主な記号を示す.ただし、{}内の数値は計算に用いるデータである. *A*[™]:空力ウィングの翼面積 {0.24.0.35 [m²]} Caz: 空力ウィングの揚力係数 C_{ax}^{wi} :空力ウィングの抗力係数 (<u>dC_{az}^{wi} _{スR w})</u>:仰角1 [rad] 当たりの空力ウィング揚力係数の変化 {4.584, 4.584 [1/rad]} $\left(rac{\partial C_{axi}^{wi}}{\partial \beta_{ai}^{w}}
ight)_{0}$: 仰角1 [rad] 当たりの空力ウィング抗力係数の変化 {0.573, 0.573 [1/rad]} C_a:前後輪位置に換算した車体の揚力係数 {0.13, 0.17} C_a:車体の抗力係数 {0.13} Fazi:空力ウィングが発生する逆揚力 F_{ax}:空力ウィングに生じる抗力 Faz:前後輪位置に換算した車体の揚力 F_{ar}^{b} :車体に生じる抗力 H:車両重心高(対地) {0.49 [m]} H^w:空力ウィングの空力中心高さ(対地) {0.2, 1.2 [m]} S:車両の前面投影面積 {2.24 [m²]} W_i, W_j:前後輪接地荷重,タイヤ上下荷重 ΔW_i:前後輪(左右2輪分の和)の接地荷重変化 W_a^a:空力ウィングによる接地荷重変化 W₀:車両荷重 {14.38 [kN]} X_e:車両重心位置における前後加速度比[G] a, b:前·後車軸~車両重心距離 {1.178, 1.437 [m]} d_a^w:空力ウィングの空力中心と車両重心間距離 {1.85, 1.65 [m]} k: サスペンションのばね定数(ホイール端換算) {23.5, 23.5 [kN/m] } l: ホイールベース {2.615 [m]} *v*:車速 Δz_i :前・後ホイールストローク変化 a_x : 車両重心位置における前後加速度 $[m/s^2]$, $a_x = g \cdot X_g$ β_a^w : 空力ウィングの仰角 δ_a^w:空力ウィングの方向舵角(制御舵角) ρ:空気密度 添字*i*:*f*-前輪または車体前部, r-後輪または車体後部 添字j:位置の場合は1-右前輪, 2-右後輪, 3-左前輪, 4-左後輪 添字0:初期值

3. 空力ウィングの逆揚力を利用した接地荷重およびホイールストローク制御

3.1 前・後部に空力ウィングを取り付ける場合

図1は前・後部にウィングを取り付けた車両の外観図である.また,図2は計算で用いる車体の前部と後部に空力ウィングを設けた車両の計算モデルを示す.図中の記号は車両および車輪に加わる荷重や力,車両の諸元寸法および空力ウィングの取り付け位置等の寸法を表わす.車両は自然風が無い状態の中を前後加速度 *a*_x,走行速度(車速) *v* にて走行する場合を想定している.



Fig. 1 Race car equipped front and rear aerodynamics wings





左旋回の場合、タイヤの接地荷重 Wi は次式で表される.なお、添字記号等の説明は前章に記す.

$$\begin{cases} W_{1} = W_{10} - d_{x}a_{x} + \Delta W_{fy} + \frac{1}{2}\Delta W_{af}^{w} - \frac{1}{2}F_{az}^{bf} - \frac{H}{2l}F_{ax}^{b} \\ W_{2} = W_{20} + d_{x}a_{x} + \Delta W_{ry} + \frac{1}{2}\Delta W_{ar}^{w} - \frac{1}{2}F_{az}^{br} + \frac{H}{2l}F_{ax}^{b} \\ W_{3} = W_{30} - d_{x}a_{x} - \Delta W_{fy} + \frac{1}{2}\Delta W_{af}^{w} - \frac{1}{2}F_{az}^{bf} - \frac{H}{2l}F_{ax}^{b} \\ W_{4} = W_{40} + d_{x}a_{x} - \Delta W_{ry} + \frac{1}{2}\Delta W_{ar}^{w} - \frac{1}{2}F_{az}^{br} + \frac{H}{2l}F_{ax}^{b} \end{cases}$$
(1)

ただし、右辺第1項の W_n は静止時のタイヤ荷重、第2項の ΔW_n は左右輪間の荷重移動量を示す。係数 d_x は $d_x = mH$ /2lとなる。第3項の ΔW_n^m は前後空力ウィングが発生する逆揚力と抗力による接地荷重の変化量、第4項の F_n^m は前後輪位置において車体に作用する揚力、第5項の F_n^m は車体に発生する空気抵抗である。

静止時における車両荷重を W, 前後軸荷重をそれぞれ W_{r_0} , W_{r_0} とすると, $W_{f_0} = b/l \cdot W$ および $W_{r_0} = a/l \cdot W$ の関係 がある. また, $W_{10} = W_{30} = W_{f_0}/2$ および $W_{20} = W_{40} = W_{r_0}/2$ とする.

いま,前後輪の接地荷重の変化をそれぞれ ΔW_f, ΔW_rとおくと,式(1)より

$$\Delta W_f = \Delta W_1 + \Delta W_3 = -2d_x a_x + \Delta W_{af}^w - F_{az}^{bf} - H/l \cdot F_{ax}^b$$
⁽²⁾

$$\Delta W_r = \Delta W_2 + \Delta W_4 = 2d_x \alpha_x + \Delta W_{ar}^{w} - F_{ax}^{br} + H/l \cdot F_{ax}^{b}$$
(3)

と表される.

式(2)と式(3)より、 ΔW^w_{ai} は次式により与えられる.

$$\begin{cases} \Delta W_{af}^{w} = 2d_{x}\alpha_{x} + \Delta W_{f} + F_{az}^{bf} + H/l \cdot F_{ax}^{b} \\ \Delta W_{ar}^{w} = -2d_{x}\alpha_{x} + \Delta W_{r} + F_{az}^{br} - H/l \cdot F_{ax}^{b} \end{cases}$$

$$\tag{4}$$

車両モデルにおいて前後空力ウィングが発生する空気力とそのモーメントの釣り合いを考えると ΔW # が導出される.

$$\Delta W_{af}^{w} = \frac{\left(b + d_{af}^{w}\right)F_{az}^{wf} + \left(b - d_{ar}^{w}\right)F_{az}^{wr} - H_{af}^{w}F_{ax}^{wf} - H_{ar}^{w}F_{ax}^{wr}}{l}$$
(5)

$$\Delta W_{ar}^{w} = \frac{\left(a - d_{af}^{w}\right)F_{az}^{wf} + \left(a + d_{ar}^{w}\right)F_{az}^{wr} + H_{af}^{w}F_{ax}^{wf} + H_{ar}^{w}F_{ax}^{wr}}{l}$$
(6)

空力ウィングに発生する逆揚力は次式で与えられる.

$$\begin{cases} F_{az}^{wf} = \frac{\rho}{2} C_{az}^{wf} A_f^w v^2 = \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial C_{az}^{wf}}{\partial \beta_{af}^w} \right)_0 \beta_{af}^w A_f^w v^2 = C_{afz}^w \beta_{af}^w \\ F_{az}^{wr} = \frac{\rho}{2} C_{az}^{wr} A_r^w v^2 = \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial C_{az}^{wr}}{\partial \beta_{ar}^w} \right)_0 \beta_{ar}^w A_r^w v^2 = C_{arz}^w \beta_{ar}^w \end{cases}$$
(7)

抗力は,

$$\begin{cases} F_{ax}^{wf} = \frac{\rho}{2} C_{ax}^{wf} A_f^w v^2 = \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial C_{ax}^{wf}}{\partial \beta_{af}^w} \right)_0 \beta_{af}^w A_f^w v^2 = C_{afx}^w \beta_{af}^w \\ F_{ax}^{wr} = \frac{\rho}{2} C_{ax}^{wr} A_r^w v^2 = \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial C_{ax}^{wr}}{\partial \beta_{ar}^w} \right)_0 \beta_{ar}^w A_r^w v^2 = C_{arx}^w \beta_{ar}^w \end{cases}$$

である.

$$\mathcal{TZL}, \quad C_{afz}^{w} = \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial C_{az}^{wf}}{\partial \beta_{af}^{w}} \right)_{0} A_{f}^{w} \qquad \qquad C_{arz}^{w} = \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial C_{az}^{wr}}{\partial \beta_{ar}^{w}} \right)_{0} A_{r}^{w}$$
$$C_{afz}^{w} = \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial C_{ax}^{wf}}{\partial \beta_{af}^{w}} \right)_{0} A_{f}^{w} \qquad \qquad C_{arx}^{w} = \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial C_{ax}^{wr}}{\partial \beta_{ar}^{w}} \right)_{0} A_{r}^{w}$$

車体に発生する揚力は、前後輪位置に換算すると各々次のように表される.

$$\begin{cases} F_{az}^{bf} = \frac{\rho}{2} C_{zf} S \nu^2 \\ F_{az}^{br} = \frac{\rho}{2} C_{zr} S \nu^2 \end{cases}$$
⁽⁹⁾

車両に加わる空気抵抗は

$$F_{ax}^{b} = \frac{\rho}{2} C_{x} S \nu^{2} \tag{10}$$

である.

式(7)~式(10)を式(5)と式(6)に代入して β_{af}^{w} と β_{ar}^{w} の項にまとめると,

 $a_{11}\beta_{af}^{w} + a_{12}\beta_{ar}^{w} = l\left(2d_{x}a_{x} + \Delta W_{f} + F_{az}^{bf} + H/l \cdot F_{ax}^{b}\right)$ (11)

$$a_{21}\beta_{af}^{w} + a_{22}\beta_{ar}^{w} = l\left(-2d_{x}\alpha_{x} + \Delta W_{r} + F_{az}^{br} - H/l \cdot F_{ax}^{b}\right)$$
(12)

の2元1次の連立方程式になる.

$$t \geq t^{*} \cup, \quad a_{11} = (b + d_{af}^{w}) C_{afz}^{w} - H_{af}^{w} C_{afx}^{w} \qquad a_{12} = (b - d_{ar}^{w}) C_{arz}^{w} - H_{ar}^{w} C_{arx}^{w}$$

$$a_{21} = (a - d_{af}^{w}) C_{afz}^{w} + H_{af}^{w} C_{afx}^{w} \qquad a_{22} = (a + d_{ar}^{w}) C_{arz}^{w} + H_{ar}^{w} C_{arx}^{w}$$

式(11)と式(12)より、 β_{af}^{w} と β_{ar}^{w} を求めると、

$$\beta_{af}^{w} = \frac{2d_{x}a_{x}lC_{arz}^{w} + a_{22}(\Delta W_{f} + F_{af}^{bf} + H/l \cdot F_{ax}^{b}) - a_{12}(\Delta W_{r} + F_{az}^{br} - H/l \cdot F_{ax}^{b})}{(d_{af}^{w} + d_{ar}^{w})C_{afz}^{w}C_{arz}^{w} + H_{ar}^{w}C_{afz}^{w}C_{arx}^{w} - H_{af}^{w}C_{afz}^{w}C_{afx}^{dw}}$$
(13)

$$\beta_{ar}^{w} = \frac{-2d_{x}a_{x}lC_{arz}^{w} - a_{21}(\Delta W_{f} + F_{az}^{bf} + H/l \cdot F_{ax}^{b}) + a_{11}(\Delta W_{r} + F_{az}^{br} - H/l \cdot F_{ax}^{b})}{(d_{af}^{w} + d_{ar}^{w})C_{afz}^{w}C_{arz}^{w} + H_{ar}^{w}C_{afz}^{w}C_{arx}^{w} - H_{af}^{w}C_{arz}^{w}C_{afx}^{w}}}$$
(14)

を得る.

上式により,前後空力ウィングの仰角 β^w_aと前後輪の接地荷重変化 ΔW_iの関係が明らかになった.

そこで,前後輪の接地荷重変化を所定のΔW⁰とする空力ウィングの制御舵角(方向舵角) δ[#] を求める.車両のピッ チ角速度およびバウンシングの速度は無視して,空気流の相対速度は車両進行方向のみとすると,δ[#]_a = β[#]_a として差支 えない.したがって,制御舵角 δ[#]_a は,式(13)と式(14)より次式で与えられる.

$$\delta_{af}^{w} = \frac{2d_{x}a_{x}lC_{arz}^{w} + a_{22}(\Delta W_{f}^{0} + F_{az}^{bf} + H/l \cdot F_{ax}^{b}) - a_{12}(\Delta W_{r}^{0} + F_{az}^{br} - H/l \cdot F_{ax}^{b})}{(d_{af}^{w} + d_{ar}^{w})C_{afz}^{w}C_{arz}^{w} + H_{ar}^{w}C_{afz}^{w}C_{arx}^{w} - H_{af}^{w}C_{arz}^{w}C_{afx}^{w}}}$$

$$\delta_{ar}^{w} = \frac{-2d_{x}a_{x}lC_{arz}^{w} - a_{21}(\Delta W_{f}^{0} + F_{az}^{bf} + H/l \cdot F_{ax}^{b}) + a_{11}(\Delta W_{r}^{0} + F_{az}^{br} - H/l \cdot F_{ax}^{b})}{(d_{af}^{w} + d_{ar}^{w})C_{afz}^{w}C_{arx}^{w} + H_{ar}^{w}C_{afz}^{w}C_{arx}^{w} - H_{af}^{w}C_{arz}^{w}C_{afx}^{w}}}$$
(15)

次に,前後輪のストローク変化量を所定のΔ*z*⁰とする空力ウィングの制御舵角(方向舵角)δ²_aを求める.なお,ホイー ルストローク変化Δ*z*_iは,リバウンド方向を+,バウンド方向を-とおく.

 $\Delta W_i = -2k_i\Delta z_i$ の関係があるから、式(15)および式(16)において $\Delta W_i = -2k_i\Delta z_i^0$ を代入すると所期の制御舵角 δ_{ai}^w が導出できる.

$$\delta_{af}^{w} = \frac{2d_{x}a_{x}lC_{arz}^{w} + a_{22}(-2k_{f}\Delta z_{f}^{0} + F_{az}^{bf} + H/l \cdot F_{ax}^{b}) - a_{12}(-2k_{r}\Delta z_{r}^{0} + F_{az}^{br} - H/l \cdot F_{ax}^{b})}{(d_{af}^{w} + d_{ar}^{w})C_{afz}^{w}C_{arz}^{w} + H_{ar}^{w}C_{afz}^{w}C_{arx}^{w} - H_{af}^{w}C_{arz}^{w}C_{afz}^{w}}$$
(17)

$$\delta_{ar}^{w} = \frac{-2d_{x}a_{x}lC_{arz}^{w} - a_{21}(-2k_{f}\Delta z_{f}^{0} + F_{az}^{bf} + H/l \cdot F_{ax}^{b}) + a_{11}(-2k_{r}\Delta z_{r}^{0} + F_{az}^{br} - H/l \cdot F_{ax}^{b})}{(d_{af}^{w} + d_{ar}^{w})C_{afz}^{w}C_{arz}^{w} + H_{ar}^{w}C_{afz}^{w}C_{arx}^{w} - H_{af}^{w}C_{afz}^{w}C_{afx}^{w}}$$
(18)

(8)

この時の接地荷重は次式となる.

$$\begin{cases} W_{f} = W_{f0} + \Delta W_{f} = W_{f0} - 2k_{f}\Delta z_{f}^{0} \\ W_{r} = W_{r0} + \Delta W_{r} = W_{r0} - 2k_{r}\Delta z_{r}^{0} \end{cases}$$
(19)

また、車両重心位置におけるバウンス量の変化 Δz および車体ピッチ角λは、

$$\begin{cases} \Delta z = \frac{b\Delta z_f^0 + a\Delta z_r^0}{l} \\ \lambda = \tan^{-1} \left(\frac{\Delta z_r^0 - \Delta z_f^0}{l} \right) \end{cases}$$
(20)

により計算できる.ただし、車体ピッチ角の初期値は0[deg]とする.

例えば、目標とするホイールストーク変化量を $\Delta z_r^0 = \Delta z_r^0 = 0$ とするとき加減速度 $a_x = 0$ ならば、式(18)と式(19)の分母と 分子の項が全て車速 ν に関して4乗となり、車速の影響が相殺されるために制御舵角 δ_x^m は常に一定となることがわか る.しかし、加減速がある走行状態では、目標を達成させるためには時間と共に δ_x^m を変化させる必要がある.

3・2 後部のみに空力ウィングを取り付ける場合

前後接地荷重変化について後部空力ウィングのみの影響を考えるために,式(5)と式(6)の中で F^{wf}_{at} = 0 とする.後 部空力ウィングによる前後接地荷重変化は,

$$\Delta W_{ar}^{w} = \frac{(b - d_{ar}^{w})F_{ax}^{wr} - H_{ar}^{w}F_{ax}^{wr}}{l}$$

$$\Delta W_{ar}^{w} = \frac{(a + d_{ar}^{w})F_{ax}^{wr} + H_{ar}^{w}F_{ax}^{wr}}{l}$$
(21)
(22)

として与えられる.

式(11)と式(12)において、 $\beta_{af}^{w} = 0$ とすると、

$$a_{12}\beta_{ar}^{w} = l\left(2d_{x}a_{x} + \Delta W_{f} + F_{az}^{bf} + H/l \cdot F_{ax}^{b}\right) \tag{23}$$

$$a_{22}\beta^{\omega}_{ar} = l\left(-2d_xa_x + \Delta W_r + F^{br}_{ar} - H/l\cdot F^{b}_{ax}\right) \tag{24}$$

である.

そこで、式(23)と式(24)より、所定のΔW⁰得るための制御舵角δ^wを求める。併せて、ΔW_fも求めると次の通り、

$$\delta_{ar}^{w} = \frac{l(-2d_{x}a_{x} + \Delta W_{f}^{0} + F_{az}^{br} - H/l \cdot F_{ax}^{b})}{a_{22}}$$
(25)

$$\Delta W_{f} = \frac{a_{12} \left(-2d_{x} a_{x} + \Delta W_{r}^{0} + F_{az}^{br} - H/l \cdot F_{ax}^{b}\right)}{a_{22}} - \left(2d_{x} a_{x} + F_{az}^{bf} + \frac{H}{l}F_{ax}^{b}\right)$$
(26)

ホイールストローク変化は、前輪と後輪それぞれ $\Delta z_r = -\Delta W_r/2k_r$ 、 $\Delta z_r = -\Delta W_r^0/2k_r$ により計算できる.また、車両重 心位置におけるバウンス量の変化 Δz および車体ピッチ角 λ は、式20と同様に $\Delta z = (b\Delta z_r + a\Delta z_r)/l$ 、 $\lambda = \tan^{-1}((\Delta z_r - \Delta z_r)/l)$ /l)となる、接地荷重は $W_r = W_{r0} + \Delta W_r$ 、 $W_r = W_{r0} + \Delta W_r^0$ である.

次に、後輪のストローク変化量を所定の Δz_r^{p} とする空力ウィングの制御舵角(方向舵角) δ_{ur}^{w} を求める、式25および式 26の ΔW_r^{0} について、 $\Delta W_r = -2k_r\Delta z_r^{0}$ と置き換えれば δ_r^{w} 、 ΔW_r が計算できる。

$$\delta_{ar}^{w} = \frac{l(-2d_{x}a_{x} - 2k_{r}\Delta z_{r}^{0} + F_{az}^{br} - H/l \cdot F_{ax}^{b})}{a_{22}}$$

$$\Delta W_{f} = \frac{a_{12}(-2d_{x}a_{x} - 2k_{r}\Delta z_{r}^{0} + F_{az}^{br} - H/l \cdot F_{ax}^{b})}{a_{22}} - \left(2d_{x}a_{x} + F_{az}^{bf} + \frac{H}{l}F_{ax}^{b}\right)$$
(27)
(28)

したがって、バウンス量の変化と車体ピッチ角は $\Delta z_f = -\Delta W_f/2k_f$ 、 $\lambda = \tan^{-1}((\Delta z_r^0 - \Delta z_f/l))$ となる. 接地荷重は $W_f = W_{r0} + \Delta W_f$ 、 $W_r = W_{r0} - 2k_r \Delta z_r^0$ である.

3・3 空力ウィングの方向舵角をあらかじめ固定する場合

前・後部の空力ウィングの方向舵角 ðーー および ðーー があらかじめ与えられ固定されているときの接地荷重は、式(11)と式(12)より求めることができて、次式で与えられる.

$$\Delta W_f = \frac{a_{11}\delta_{af}^w + a_{12}\delta_{ar}^w}{l} - \left(2d_x\alpha_x + F_{az}^{bf} + \frac{H}{l}F_{ax}^b\right) \tag{29}$$

$$\Delta W_r = \frac{a_{21}\delta_{ar}^w + a_{22}\delta_{ar}^w}{l} - \left(-2d_x\,a_x + F_{az}^{bf} - \frac{H}{l}F_{ax}^b\right) \tag{30}$$

したがって、バウンス量の変化は $\Delta z_f = -\Delta W_f/2k_f$ 、 $\Delta z_r = -\Delta W_r/2k_r$ となる.

次に、後部空力ウィングのみが取り付けている場合の固定舵角を 8点とすると、接地荷重は式(29)と式(30)において 8点 0とすれば求めることができる。接地荷重は次式で与えられる。

$$\Delta W_f = \frac{a_{12} \delta_{ar}^w}{l} - \left(2d_x a_x + F_{az}^{bf} + \frac{H}{l} F_{ax}^b \right) \tag{31}$$

$$\Delta W_r = \frac{a_{22} \delta_{ar}^w}{l} - \left(-2d_x \alpha_x + F_{az}^{bf} - \frac{H}{l} F_{ax}^b \right) \tag{32}$$

3・4 空力ウィングが無い場合

式(2)および式(3)において、 $\Delta W_{ar}^{w} = \Delta W_{ar}^{w} = 0$ とすれば、空力ウィングが無い場合の接地荷重が計算できる。前・後輪 の接地荷重は次式で与えられる.

$$\Delta W_l = -2d_x a_x - F_{az}^{bl} - H/l \cdot F_{ax}^{bl} \tag{33}$$

$$\Delta W_r = 2d_x \alpha_x - F_{az}^{br} + H/l \cdot F_{ax}^{b}$$

また、ホイールストローク変化は、前輪と後輪それぞれ $\Delta z_r = -\Delta W_r/2k_r$ 、 $\Delta z_r = -\Delta W_r/2k_r$ により計算できる.

計算結果と考察

車両運動性能のシミュレーション計算は、車体スリップ角とヨーレイトを変数とする2自由度操縦性安定性運動モデ ルを用いる。基本的には一般的な平面2輪モデルであるが空力ウィングによる空気力と前後加速度による前後輪間の荷 重移動を考慮する. 車体の旋回時ロール運動等による左右輪間の荷重移動は考慮しない. また, 計算の前提条件として, 制動駆動力を伴う走行状態の場合は前後加速度が無視できるほど短い時間とする準定常状態を考える.

車両として必要な全制駆動力は、前後加速度比 X。[G](以後、前後加速度と記す)による加速抵抗と車両および空 カウィングによる空気抵抗の和により求めることができる.計算を簡単にするために,各輪タイヤの制動力および駆動 力は、静止時の前後軸荷重の比をそのまま制駆動力の前後配分として算出する.

タイヤのコーナリング特性計算は以下に記す非線形タイヤモデルを用いる。なお、計算データは四輪駆動でスポーツ タイプの小型自動車の車両諸元値と特性値を使用する.

4・1 タイヤモデルについて

計算に用いるタイヤモデルは、コーナリング特性がタイヤスリップ角、前後力、タイヤスリップ率およびタイヤ上下 荷重の関数で表される酒井の式[®]を基にして、計算の簡略化を図るために一部変更を加えた式^{(7)®}を用いる.図3はタ イヤスリップ角に関する前後輪タイヤの各コーナリングフォース(左右輪の和)を示す。タイヤ荷重は車両静止時の荷 重を用いた.

タイヤ単体のコーナリング特性を明示するために、上述のタイヤモデルを用いて計算した結果を3Dグラフで表す. 図4はタイヤスリップ角2,4 [°]時の前後加速度 X_gとタイヤ上下荷重 W に関するコーナリングフォースの変化を 示す. タイヤ荷重は後輪タイヤの荷重を中心値として範囲を設定している. 図5はタイヤスリップ角0,4 [°]時の前 後加速度 X_aとタイヤ上下荷重 W に関するコーナリングパワーの変化を示す.

(34)



Fig.3 Cornering Characteristics of front tire and rear tire used by calculation



Fig. 4 Variations in cornering force of tire by longitudinal acceleration Xg and tire load



Fig. 5 Variations in cornering power of tire by longitudinal acceleration Xg and tire load

4・2 空力ウィングの取付け位置と接地荷重変化

空力ウィングの車体への取付け位置と車両の操舵応答安定性との関係を調べるために,式27の制御則を用いて後輪の ストローク変化を Δz,=0とする後部空力ウィングのアクティブ制御を適用した車両(後部ウィング車両と記す)の接 地荷重変化や車両運動性能計算を行う.また,空力ウィングを取り付けていない車両についても同様の計算を行い比較 する.なお,後部空力ウィングの制御舵角は翼失速しない範囲とするために制限を設ける.そこで舵角の可動範囲は-5~20 [deg] とおく.

図6は車速をパラメータとして,ハンドル操舵に対するヨーレイト特性の共振周波数*f*,とスタビリティファクタ*K*。の変化を示す.グラフ上の×と〇印は車速80 [km/h] から270 [km/h] の範囲で10 [km/h] 毎の値である.ウィング 無し車両は150 [km/h] 近傍でヨーレイト共振周波数がピーク値となり,さらに高速になるとヨーレイト共振周波数が

低下し、スタビリテイファクタが大きくアンダーステアが強くなる傾向にある.後部ウイング車両は130 [km/h] 以上 になると共振周波数は大きくなり操舵応答性が良くなるが、スタビリファクタが急激に大きくなり強アンダーステア傾 向が顕著となる.

図7は後部の空力ウィングの取付け位置による前後軸荷重の変化を示す. ×と○印はウィング無し車両のそれぞれ後 軸荷重と前軸荷重を示しており,便宜上,後車軸の位置にプロットしている.横軸の「dawr」は車両重心と後ウィン グの空力中心間距離である.車速が120,180,240 [km/h]と増加するに伴い後部ウィングに発生する逆揚力が車速の 2 乗倍で増加して車体に作用するため,後部ウィングの空力中心を後車軸位置よりも後方に移動させるほど前軸荷重が 減少する.また,後部ウィングには Δz,=0 とする制御を用いているため,後軸荷重の変化は無い.



Fig. 6 Variations in resonance frequency fp of yaw rate/ steering operating angle and stability factor Ks by vehicle velocity



Fig. 7 Change of front and rear axle load by distance "dawr" in which aerodynamics center position of rear wing is shown

図8は車速120 [km/h] と240 [km/h] 時における横軸「dawr」に関するヨーレイト共振周波数とスタビリティファ クタの変化を示す.また、図9はハンドル操舵に対するヨーレイト特性の減衰係数を示す.特に,超高速領域の240[km /h] では後部ウィングの空力中心を後車軸位置よりも後方に移動させるほどヨーレイト共振周波数は高くなるが減衰 係数は小さくなりヨーレイトの減衰性が低下する.また,車両のステア特性を示すスタビリテイファクタは大きくなる. つまりアンダーステアが強くなる傾向になる.これは「dawr」が長くなると前後タイヤ荷重のバランスと同様にタイ ヤのコーナリングパワーも後輪側が相対的に前輪側よりも大きくなることに起因する.

なお,図6~図9は前後加速度0[G]の場合の結果である.

図10は車速120,180,240 [km/h] 時における前後加速度に関する後部ウィングの制御舵角を示す.前後加速度が0 [G] において3本のグラフが交差しているのは車速が一定の場合は,車速に依らず制御舵角は一定であることを表している.また,車速と共に逆揚力が大きくなるため,制御舵角は前後加速度に対して可動範囲が広くなることが判る.



Fig. 8 Relation between resonance frequency of yaw rate/steering operating angle, stability factor and rear wing position



Fig. 9 Relation between damping coefficient of yaw rate/steering operating angle and rear wing position



Fig. 10 Control angle of rear wing

4・3 前・後部空力ウィングの仰角制御による効果

車体の前・後部に翼可動式の空力ウィングを取り付け,式(17)と式(18)の制御則を用いて前輪および後輪のストローク変 化を Δz_f=0, Δz_r=0とするアクティブ制御を適用した車両(前後部ウィング車両と記す)の制御効果を調べる.なお, 後部ウィング車両と同様に前後部ウィングの制御舵角は制限を設ける.前後部共に舵角の可動範囲は-5~20 [deg] とする.

図11は前後加速度-0.3, 0, 0.3 [G] 時において, 車速に関するヨーレイト共振周波数とスタビリティファクタの 変化を示す.ウィング無し車両は駆動時の共振周波数は高いが強アンダーステアである.また, 制動時は駆動時からの 低下代が大きく,前後加速度による操舵応答安定性の変動が大きいことが判る.後部ウィング車両は良好な操舵応答性 であるが,制駆動時共に高速になるほど強いアンダーステア傾向となる.前後部ウィング車両は,前後加速度による操 舵応答安定性の変化が3仕様の中で最も少なく,超高速域における車両のステア特性も適度なアンダーステアに抑えら れている.





Fig. 11 Variations in resonance frequency of yaw rate/steering operating angle and stability factor by vehicle velocity

図12は前加速度0 [G]の場合における車速とヨーレイト減衰係数の関係を示す.3仕様に有意差は見られない.図 13は操舵応答性を評価する指標の一つとして、1Hzのハンドル操舵時のヨーレイト特性の遅れ度合いを示す3Dグラ フである.一般的にヨーレイト特性はこの遅れ度合いとヨーレイト共振周波数を一緒に調べることが多い.この図によ る評価では後部ウィング車両,前後部ウィング車両,ウィング無し車両の順となる.

図14は車速120, 180, 240 [km/h] 時における前後加速度に関する前部および後部ウィングの制御舵角を示す.

なお、紙面の都合上報告を割愛するが、車両ピッチ角およびその変化は前後部ウィング車両が最も小さい.これはド ライバの視線角度およびその変動が小さいことを意味しており、運転しやすくドライバの負担を少なくすることに繋が る.本報告では制御目標を単純に前後ホイールストロークを0としたが、後部ウィング車両の結果を参考にして目標値 を調整すれば操舵応答安定性のさらなる向上を期待できることがわかった.



Fig. 12 Variations in damping coefficient of yaw rate/steering operating angle by vehicle velocity



Fig. 13 Variations in yaw rate characteristics by vehicle velocity



Fig. 14 Control angles of front and rear wing

5. 結 語

空力ウィングと自動車の操縦性安定性に関するシミュレーション解析を行い以下の結果を得た.

- (1) 解析計算により,空力ウィングの車体前後方向の取付け位置による前後輪接地荷重変化への影響を調べて,接地荷 重変化と車両の旋回特性との関係を明らかにした.後部ウィングを後車軸から後方に遠ざけるほど車両のアンダース テア傾向が強くなるなどの知見が得られた.
- (2) 車体の後部に取り付けた空力ウィングの取付け角を制御することにより、後輪側の接地荷重およびホイールスト ロークを所定の目標値とする制御則を導出した.
- (3) さらに、車体の前部と後部に取り付けた空力ウィングの取付け角を同時に制御することにより、四輪の接地荷重およびホイールストロークを所定の目標値とする制御則を導出した。
- (4) (2)および(3)の制御を適用した車両は空気力の影響が大きい超高速域において操縦性安定性が向上すること,特に(3)の制御は前後加速度を伴う旋回においても弱アンダーステアを確保でき,操舵に対するヨーレイト特性の変化も少ないことが明らかになった.

文 献

- (1) 自動車技術会,自動車技術ハンドブック-基礎・理論編- (1992), pp. 196-203, 精興社.
- (2) 原田宏, 自動車技術者のためのビークルダイナミクス (2005), pp. 59-65, 産業科学システムズ.
- (3) 前田和宏・酒井英樹, "高速走行時の車両安定性に与える空気力影響の解析 ロール運動に与える空気ロール力・ヨーカの 影響解析 - ", 自動車技術会学術講演会前刷集, 9305562, Vol. 934 (1993-10), pp. 109-112.
- (4) 原田宏・原田正範・荒木嘉昭・大屋勝敬, "横風外乱遭遇時における人間-自動車系の操縦性安定性評価指標", 日本機械学 会論文集, 65-629, C (1999-1), pp. 222-228.
- (5) William F. Milliken, and Douglas L. Milliken, Race Car Vehicle Dynamics (1995), pp. 489-577, SAE.
- (6) 酒井秀男, タイヤ工学 (1987), pp. 190-194, グランプリ出版

(7) 森和典, "四輪操舵車の旋回運動時操舵応答性の解析",日本機械学会論文集,59-560,C (1993-4), pp.112-117.
 (a) 本和典, "古伝系のなん制御女達用) た恵恵の汚針地状",日本機械学会論文集, 59-560,C (1993-4), pp.112-117.

(8) 森和典, "走行系の統合制御を適用した車両の運動性能", 日本機械学会論文集, 68-671, C (2002-7), pp. 172-179.