

〔論文〕

## タイヤ摩擦限界の明確化による自動車用走行性能曲線図の改善

— 自動変速機搭載車の場合 —

森 和典<sup>\*1</sup>

Improvement of the Driving Performance Diagram for Automobiles by  
Clarifying of the Maximum Friction Force between the Tire and Road  
—For Automobile Equipped with Automatic Transmission—

Kazunori MORI<sup>\*1</sup>

## Abstract

This study proposes adding a new diagram that considers the maximum frictional force between the road and tire to the existing driving performance diagram. Many new efficient passenger cars equipped with large-torque engines and power are now commercially available. However, because the driving torque of the engine is much larger than that for a general car, the driving performance diagram of the high-performance car indicates an unreal remaining driving force value. Therefore, the acceleration performance and hill-climbing performance may be incorrectly derived, leading to an inaccurate understanding of the driving performance. This problem originates because the ratio of driving force and maximum friction force between the tire and road is not recorded in the driving performance diagram. The proposed diagram can accurately clarify the acceleration and hill-climbing performance as well as the remaining driving force for high-performance cars. Finally, we describe a simple method for plotting the improved driving performance diagram using Microsoft Excel.

**Key Words** : Automobile, Power Performance, Driving Performance Diagram, Tire Frictional Force

## 1. まえがき

走行性能曲線図は、自動車の動力性能を把握するために用いられる図として広く知られている<sup>(1)~(4)</sup>。この図により自動車の最高速度、登坂能力および任意の車速に応じた余裕駆動力とエンジン回転速度を知ることができる。さらに余裕駆動力の値から最大加速度を算出することが可能となる。

近年、大トルク・大出力のエンジンを搭載した高性能乗用車が数多く市販されており、一部の自動車メーカーは一般的な動力性能を有する市販車に高性能車を加えた走行性能曲線図を公表している。高性能車はエンジンの駆動トルクが大きいため走行抵抗に比べて極めて大きな駆動力値を示す。高性能車の場合、既存の走行性能曲線図を用いて登坂性能や加速性能を求めると非常に大きな性能値が導出されてしまい正確な走行性能を把握することができないことがある。これは、走行性能曲線図の中にタイヤと路面間の摩擦力による最大駆動力が記されていないことに起因する。

本報告は、改善策として既存の走行性能曲線図にタイヤと路面間の最大摩擦力を考慮した駆動力線図を新たに加えることを提案し、高性能車の場合も登坂性能や余裕駆動力を容易に把握できることを示す。さらに、車両の動力性能を検討する場面で必要となる手動変速機および自動変速機搭載車に関する走行性能曲線図を Microsoft 社の表計算ソフト Excel により簡単に作成できるようにしたのでその概要を説明する。

<sup>\*1</sup> 交通機械工学科  
平成30年7月24日受理

## 2. 走行性能曲線図について

### 2・1 走行性能曲線図の構成

現在、一般的に利用されている手動変速機搭載車の走行性能曲線図を **図 1** に示す。走行性能曲線図は走行抵抗線図、駆動力線図およびエンジン回転速度 - 車速の関係を示した 3 つの図から構成されている。それぞれの線図の内容は次のとおりである。

走行抵抗線図は、車速  $v$  [km/h] と走行抵抗  $R$  [N] の関係を示したものである。走行抵抗は、ころがり抵抗  $R_r$ 、空気抵抗  $R_a$ 、勾配抵抗  $R_g$  および加速抵抗  $R_i$  の和として求めることができる。

$$R = R_r + R_a + R_g + R_i$$

$$= \mu_r mg \cos \theta + \frac{1}{2} C_x \rho S v^2 + mg \sin \theta + (m + \Delta m) a_x \tag{1}$$

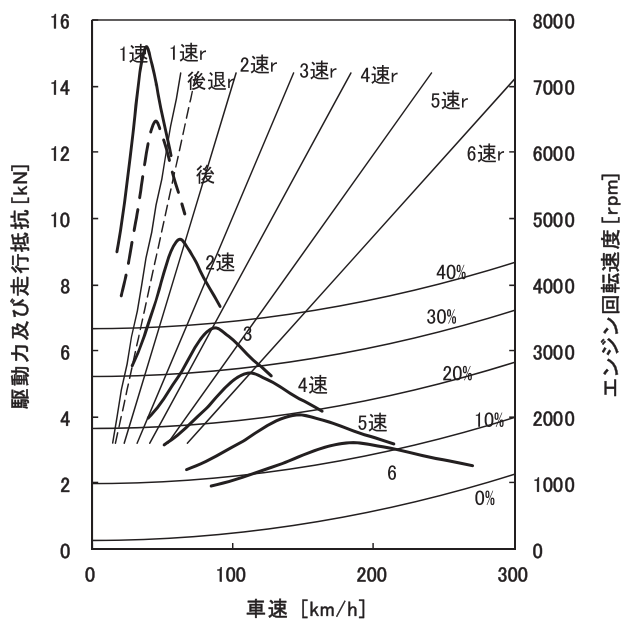


Fig. 1 Driving performance diagram for vehicle with manual transmission

ただし、 $\mu_r$  : ころがり抵抗係数 [-]  $m$  : 車両質量 [kg]  $g$  : 重力加速度 [m/s<sup>2</sup>]  $\theta$  : 坂道勾配角 [deg]  $C_x$  : 空気抵抗係数 [-]  $\rho$  : 空気密度 [kg/m<sup>3</sup>]  $S$  : 車両の前面投影面積 [m<sup>2</sup>]  $\Delta m$  : 回転部分相当質量 [kg]  $a_x$  : 前後方向の加速度 [m/s<sup>2</sup>]

なお、走行抵抗線図では一定車速を前提としているため、加速抵抗は 0 である。

駆動力線図は、エンジン性能曲線図の軸トルク  $T_e$  (フルスロットル時) とエンジン回転速度  $n$  の関係を基にして車速  $v$  [km/h] と駆動力  $F_x$  [N] の関係を示したものである。トランスミッションの変速段毎に曲線が描かれる。

エンジン回転速度と車速の関係を示す線図は、駆動力線図と同様に変速段毎に描かれる。手動変速機の場合は、右肩上がりの直線となる。図 1 では駆動力線図と区別するために変速段の添字に r を付している。

### 2・2 車速に対する駆動力及びエンジン回転速度の関係

#### 2・2・1 手動変速機の場合

歯車式手動変速機の場合、ある車速におけるエンジン軸トルクと駆動力の関係は次式により与えられる<sup>(5)</sup>。

$$F_x = \frac{T_e i_m i_f \eta_t}{r} \tag{2}$$

ただし、 $T_e$  : エンジンの軸トルク [Nm]  $i_m$  : トランスミッションの変速比  $i_f$  : ファイナルギヤの終減速比  $\eta_t$  : 動力伝達効率  $r$  : 駆動輪タイヤの有効半径 [m]

また、エンジン回転速度  $n_e$  [rpm] と車速の関係は、

$$\nu = \frac{3\pi n_e r}{25 l_m i_f} \tag{3}$$

となる。

エンジン性能曲線図を図2に示す。この図はエンジン回転速度  $n_e$  に対するエンジン軸トルク  $T_e$  と軸出力  $N_e$  の変化を示す。なお、図として1は図2を基に作成している。

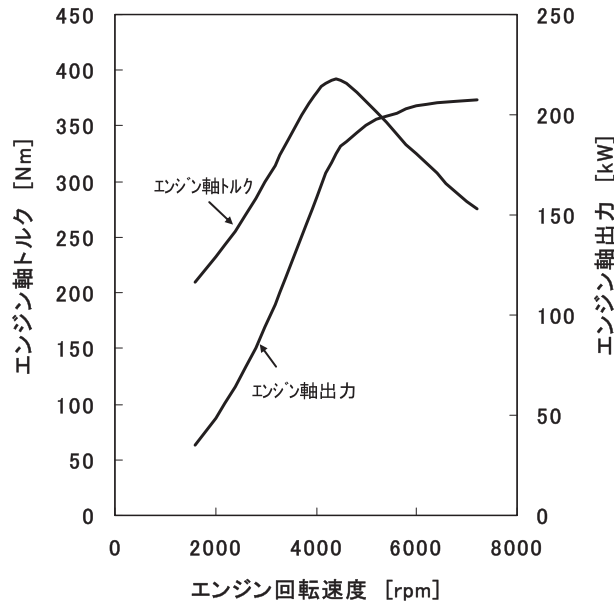


Fig. 2 Engine performance diagram

### 2・2・1 自動変速機の場合

自動変速機の場合は、流体式自動変速機を考える。この変速機は一般的にトルクコンバータと遊星歯車機構を用いた補助変速装置により構成されている。図3は主要部位であるトルクコンバータの性能曲線図である。乗用車に多用されているトルクコンバータの種類は2相3要素1段型であり、入力軸側のポンプ・インペラ、出力軸側のタービン・ランナーおよびステータの3つの翼車を有する。ステータは油の循環流の向きを変える役割があり、軸受にはワンウェイクラッチが用いられている。横軸の速度比  $e$  はタービン回転速度  $n'$  とポンプ回転速度  $n$  の比であり、 $e = n'/n$  で表わされる。また、縦軸のトルク比  $t$  はタービン側トルク  $T_t$  とポンプ側トルク  $T_p$  の比であり、 $t = T_t/T_p$  で表わされる。トルクコンバータにおいて、出力軸側出力と入力軸側出力の比である効率  $\eta$  は  $\eta = te$  として与えられる。ステータ翼により油の循環流の向きが変えられてポンプの回転を補助する方向に作用するから、ステータ・トルクを  $T_s$  とおくと、 $T_t =$

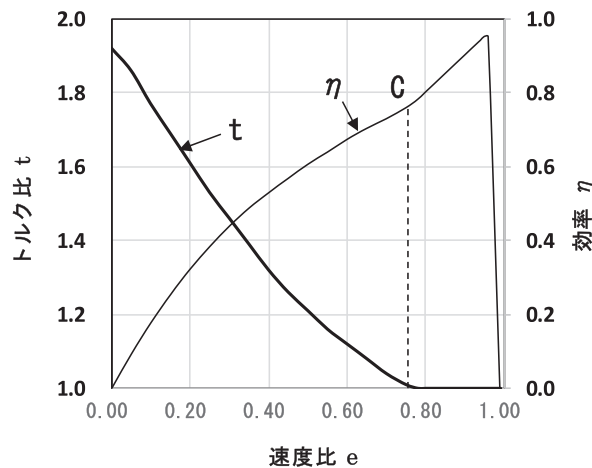


Fig. 3 Characteristics of fluid type torque converter

$T_p + T_s$  の関係がある。速度比  $e$  がクラッチ点以下（トルクコンバータ領域）の場合、ステータは静止している。しかし、速度比がクラッチ点以上（流体継手領域）になると油の流れがステータを構成する翼の裏面に当たるようになり、ワンウェイクラッチによってステータは空転するように設計されている。この場合、ステータはその役目を果たさず  $T_s = 0$  となる。つまり、 $T_i = T_p$  であり、トルク比  $t$  は 1、効率は  $\eta = e$  として与えられて効率は向上する。図中の点 C はクラッチ点を表わす。

トルクと回転速度の伝達経路を考えると、駆動力  $F_x$  [N] と車速  $v$  [km/h] は次式で表わされる関係を導くことができる。

$$F_x = \frac{T_e t i_p i_f \eta_i}{r} \tag{4}$$

$$v = \frac{3\pi e n_e r}{25 i_p i_f} \tag{5}$$

ただし、 $i_p$ ：補助変速装置の変速比

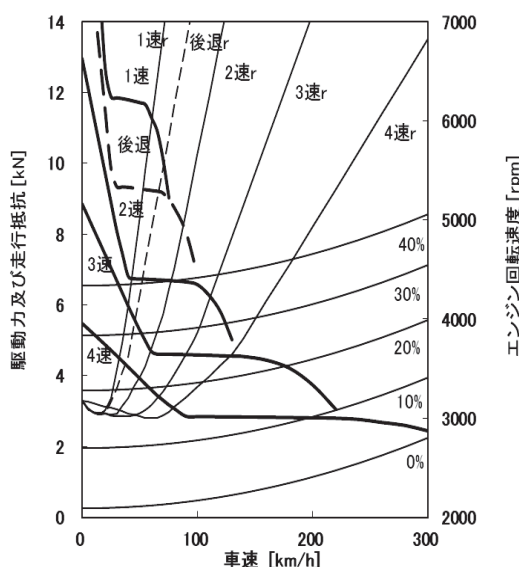


Fig. 4 Driving performance diagram for vehicle with automatic transmission

表計算ソフト Excel を用いて走行性能曲線図を作成する際は、図 3 に示されるトルクコンバータの非線形特性を考慮する必要がある。そこで次の手順を踏む。まず、①ある車速  $v$  におけるトルクコンバータの速度比  $e$  を式(5)により求める。②図 2 より、速度比  $e$  のときのトルク比  $t$  を読み取る。③式(4)を用いて駆動力  $F_x$  を計算する。

図 4 は一般的に利用されている流体式自動変速機搭載車の走行性能曲線図である。

なお、図 4 は図 5 に示されるエンジン性能曲線図を基に作成した。

### 3. 最大駆動力と最大加速度

タイヤと路面間に生じる駆動力は最大摩擦力  $F_c$  を越えることができない。エンジントルクから計算される式(1)の駆動力は、最大摩擦力以下を前提としている。エンジントルクが大きい車両では、式(1)により計算される駆動力が最大摩擦力を越えるケースもあり、この時は最大摩擦力により制約を受ける。そして、最大摩擦力から計算される駆動力が最大駆動力となる。

いま、水平路面における前・後輪の静的荷重を  $W_f \cdot W_r$  [N]、慣性力による前後輪間の荷重移動量を  $\Delta W$  [N]、前・後輪の動的荷重を  $W'_f \cdot W'_r$  [N] とする。力およびモーメントのつり合いから  $\Delta W$  を求めると次式を得る。

$$\Delta W = \frac{m h a_x}{l} \tag{6}$$

したがって、前・後輪の動的荷重は、

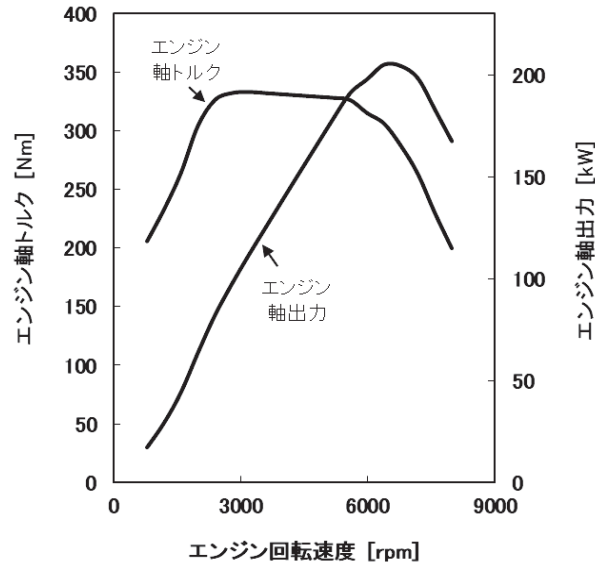


Fig. 5 Engine performance diagram

$$\begin{cases} W'_f = W_f - \Delta W = \frac{m(bg - a_x h)}{l} \\ W'_r = W_r + \Delta W = \frac{m(ag + a_x h)}{l} \end{cases} \quad (7)$$

となる。

ただし、 $l$ : ホイールベース [m]     $a \cdot b$ : 前・後車軸～車両重心距離 [m]     $h$ : 車両重心高 [m]

タイヤと路面間の摩擦係数を  $\mu$  とすると、最大駆動力  $F_{x,max}$  [N] は  
前輪駆動車 (FF 車) の場合

$$F_{x,max} = \mu W'_f = \frac{\mu m(bg - a_x h)}{l} \quad (8)$$

後輪駆動車 (FR 車) の場合

$$F_{x,max} = \mu W'_r = \frac{\mu m(ag + a_x h)}{l} \quad (9)$$

四輪駆動車 (4WD 車) の場合

$$F_{x,max} = \mu W = \mu mg \quad (10)$$

として与えられる。

次に、最大加速度  $\alpha_{x,max}$  を求める。余裕駆動力は駆動力と走行抵抗の差だから、余裕駆動力を  $F_a$  とすると、 $F_a = F_x - R$  と表わされる。余裕駆動力が全て加速に使用されたとすると、余裕駆動力は加速時の慣性力による抵抗つまり加速抵抗と等しくなるから、最大加速度は

$$R_i = (m + \Delta m)\alpha = F_a \quad (11)$$

により、

$$\alpha_{x,max} = \frac{F_a}{m + \Delta m} = \frac{F_{x,max} - R}{m + \Delta m} \quad (12)$$

と導くことができる。

式(12)の駆動力の項において、駆動力が最大摩擦以下であれば式(2)により求めた駆動力を用いるが、以上であれば式(8)～(10)で与えられる最大駆動力の式を用いる。

なお、荷重移動量が前輪荷重よりも大きくなると、前輪が路面から離れて浮いた状態になるために後転する危険性が生じる。したがって、動的前輪荷重は  $W'_f > 0$  の条件が必要であり、後輪駆動車および四輪駆動車の最大加速度は次式を満足しなければならない。

$$a_{x\max} < \frac{bg}{h} \tag{13}$$

### 4. 登坂性能

#### 4・1 一定速走行時における登坂能力

図6は坂道を上る際に自動車に作用する力の関係を示す。自動車が登坂できる最大の坂道勾配角を最大登坂角と呼び、 $\theta_{\max}$  [deg]で表す。坂道を一定速で走行する場合、前後輪タイヤにおいて斜面に垂直に作用する抗力をそれぞれ  $N_f$ ・ $N_r$  [N] で表すと、

$$\begin{cases} N_f = (W_f - \Delta W) \cos \theta \\ N_r = (W_r + \Delta W) \cos \theta \end{cases} \tag{14}$$

となる。

荷重移動量  $\Delta W$  は、容易に求めることができ次式となる。

$$\Delta W = \frac{mgh}{l} \tan \theta \tag{15}$$

式(15)を式(14)に代入すると、

$$\begin{cases} N_f = \frac{mg(b \cos \theta - h \sin \theta)}{l} \\ N_r = \frac{mg(a \cos \theta + h \sin \theta)}{l} \end{cases} \tag{16}$$

を得る。

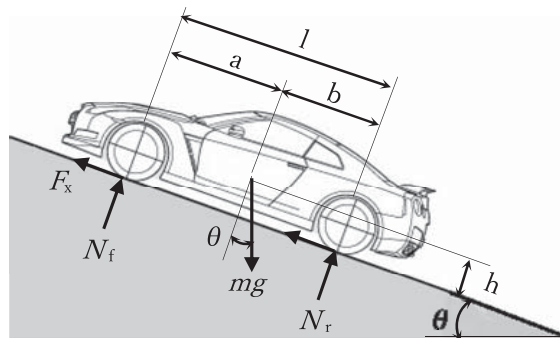


Fig. 6 Road reactive forces that act on vehicle climbing up the slope

エンジントルクが十分に大きく最大駆動力がタイヤ最大摩擦力に等しい場合について考える。

FF車では、駆動力  $F_x$  は抗力  $N_f$  と摩擦係数  $\mu$  を用いて

$$F_x = \mu N_f \geq R \tag{17}$$

と表される。簡単のために、走行抵抗は勾配抵抗のみとして、ころがり抵抗と空気抵抗を無視すると、式(17)は

$$F_x = \mu N_f \geq W \sin \theta \tag{18}$$

となる。

式(18)に式(16)を代入して  $\theta$  について解けば、最大登坂角が導出できる<sup>(6)</sup>。

$$\tan \theta_{\max} = \frac{\mu b}{l + \mu h} \tag{19}$$

同様にして、FR車、4WD車はそれぞれ式(20)、(21)で与えられる。

$$\tan \theta_{\max} = \frac{\mu a}{l - \mu h} \tag{20}$$

$$\tan \theta_{\max} = \mu \tag{21}$$

ただし、前輪が路面から離れて後転しないために前輪路面反力  $N_f > 0$  を満足しなければならず、

$$\tan \theta_{\max} \leq \frac{b}{h} \tag{22}$$

の条件が必要である。

#### 4・2 加速走行時における登坂能力

次に、坂道を加速度  $a_x$  で走行する場合を考える。荷重移動量  $\Delta W$  および前後輪タイヤにおける斜面に垂直に作用する抗力をそれぞれ  $N_f$ 、 $N_r$  は次式で表わされる。

$$\Delta W = \frac{mh(g \sin \theta + a_x)}{l \cos \theta} \tag{23}$$

$$\begin{cases} N_f = \frac{m \{g(b \cos \theta - h \sin \theta) - a_x h\}}{l} \\ N_r = \frac{m \{g(a \cos \theta + h \sin \theta) + a_x h\}}{l} \end{cases} \tag{24}$$

式(24)を用いると、式(19)~(21)に相当する最大登坂角  $\theta_{\max}$  は容易に求めることができる。

この場合も車両が後転しないために、FR車と4WD車は前輪路面反力  $N_f > 0$  を満足しなければならない。

### 5. タイヤと路面間の摩擦限界線の付加

従来の走行性能曲線図における駆動力線図は手動変速機、自動変速機それぞれ式(2)と式(4)を用いて描かれているが、大トルク・大出力エンジンを搭載した高性能車の駆動力は走行抵抗に比べて極めて大きくなる。こうした高性能車の登坂性能や加速性能を走行性能曲線図から知ろうとすると非常に大きな性能値が導出されてしまい正確な走行性能を把握することができないことがある。これは、走行性能曲線図の中にタイヤと路面間の摩擦力による最大駆動力が記されていないことが原因である。

式(17)に示したように、エンジンの動力により発生する駆動力は路面摩擦力を超えることはできない。タイヤと路面間の摩擦力以上の駆動トルクを加えた時、タイヤは空転する。

そこで、走行性能曲線図に新たにタイヤと路面間の摩擦限界すなわち駆動力限界の線図を追記する。この駆動力限界を表わした線図は坂道勾配をパラメータとして記す。勾配角の坂道を一定速で走行する自動車の最大駆動力  $F_{x\max}$  は、式(16)を用いると

FF車の場合

$$F_{x\max} = \mu N_f \tag{25}$$

FR車の場合

$$F_{x\max} = \mu N_r \tag{26}$$

4WD車の場合

$$F_{x\max} = \mu(N_f + N_r) = \mu W = \mu mg \tag{27}$$

で与えられる。

図7~図9は、それぞれFF車、FR車および4WD車の駆動力限界線図を追記した自動変速機搭載車の走行性能曲線図を示す。図中で駆動力限界線はLDF (Limit line of driving force) として表わす。百分率の値は道路勾配である。計算に用いた車両諸元およびエンジン、動力伝達装置の諸特性を表1に記す。表1の値は公表されている国産の高性能車のデータ<sup>7)</sup>を参考にした。また、本来は駆動方式により車両荷重や前後配分に差異があるはずであるが、計算結果を比較し易いように、4WD車の値をそのままFF車やFR車にも適用している。

図から明らかなように、駆動力限界線図の追加により、登坂性能や加速性能を明確に把握することができるようになった。さらに、3つの図を比較すると駆動方式による駆動力限界の違いが判る。駆動側の路面反力の大きさの影響によ

り、4WD車の限界が最も高く、FR車、FF車の順となる。タイヤと路面間の摩擦係数 $\mu$ を0.8として計算したが、仮に $\mu=1.2$ 相当のタイヤが存在したときに4WD車を採用すれば、駆動力限界が第1速段の駆動力線よりも上になるため、駆動力限界線図は必要無くなることもわかる。

計算および作図はすべて表計算ソフト Excel を用いて実施したために、データ変更等による走行性能曲線図の作図等が容易に行えるようになった。

流体式自動変速機は歯車式手動変速機のようにエンジンから車輪まで機械的に直結しておらず、主要部位であるトルクコンバータは翼車を用いた流体の循環流により駆動側から被駆動側へエネルギーを伝達している。そのため、車速に対する駆動力の計算が手動変速機の場合よりも複雑で難しくなる。そこで、Excel 使用による計算と図の作成では、次の項目に留意した。①計算の煩雑化を避けるために、トルクコンバータ性能曲線のグラフ(図3)は、簡単な形の近似式に置き換えると便利である。②エンジン性能曲線のグラフ(図5)を高次の近似式に置き換えて計算すると精度が非常

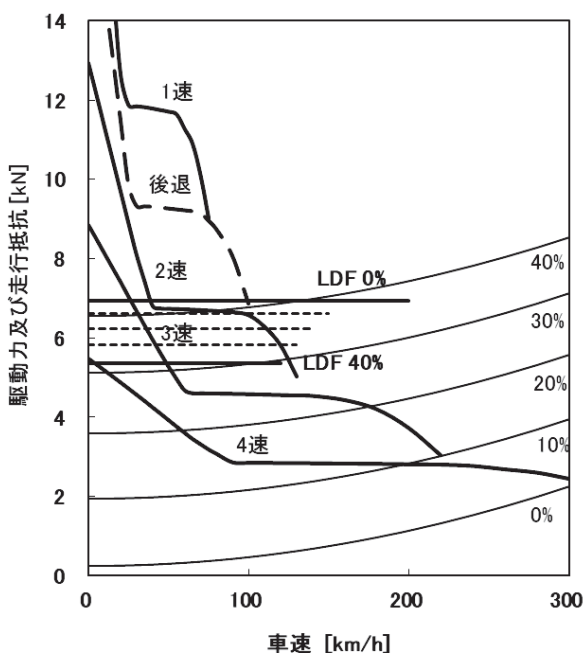


Fig. 7 Driving performance diagram added limit line of driving force (FF)

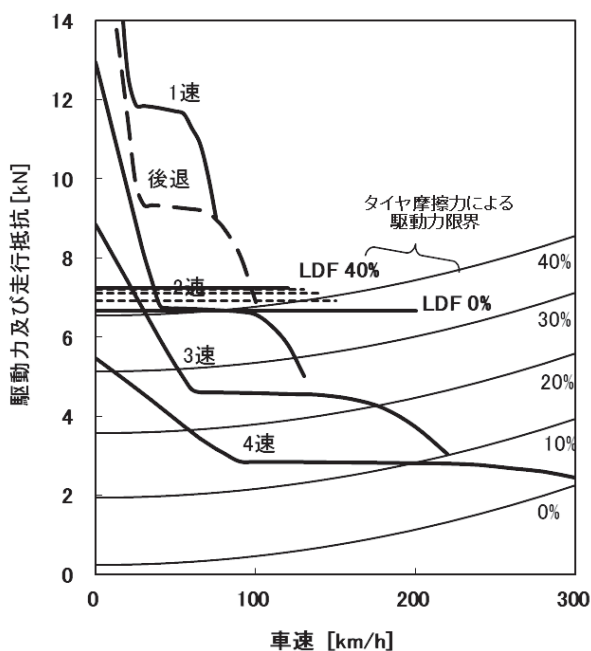


Fig. 8 Driving performance diagram added limit line of driving force (FR)



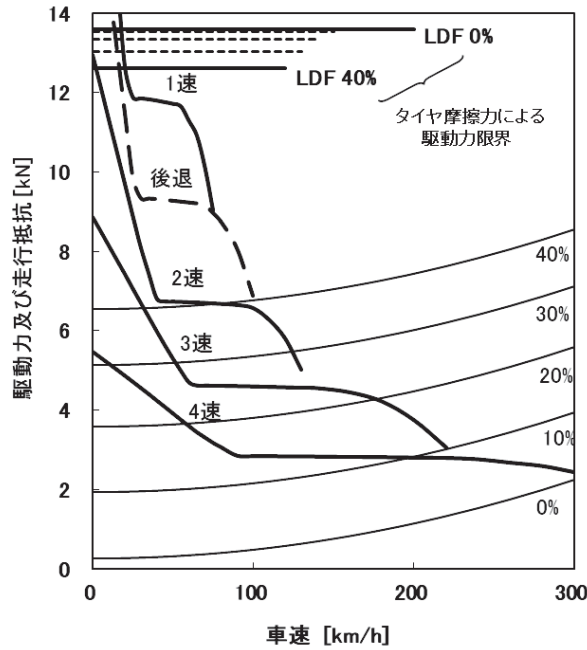


Fig. 9 Driving performance diagram added limit line of driving force (AWD)

Table. 1 Vehicle specification and characteristics of power train system for calculation

車両			エンジン		
W	車両荷重 [kN]	17.3	(6気筒ガソリン2.5Lターボ式)		
Wf	前軸荷重 [kN]	8.996	最高出力/エンジン回転速度		
Wr	後軸荷重 [kN]	8.304	Ne/ne	[kW/rpm]	
m	車両質量 [kg]	1765.3		206/6400	
l	ホイールベース [m]	2.62	最大トルク/エンジン回転速度		
a	ホイールベース～前軸間距離 [m]	1.258	Te/ne	[Nm/rpm]	
b	ホイールベース～後軸間距離 [m]	1.362		333/3200	
h	重心高 [m]	0.55	トランスミッション		
Cx	空気抵抗係数 [-]	0.27	変速段	im: 変速比	
S	前面投影面積 [m <sup>2</sup> ]	1.65	第1速	2.785	
ρ	空気密度 [kg/m <sup>3</sup> ]	1.293	第2速	1.545	
			第3速	1.000	
			第4速	0.694	
タイヤ			後退	2.272	
r	タイヤ有効半径 [m]	0.315	ストールトルク比	1.920	
μr	ころがり抵抗係数 [-]	0.015	デファレンシャル・終減速機		
μ	タイヤ～路面間摩擦係数 [-]	0.8	if	終減速比	4.083

に悪くなるため、性能曲線グラフを直接読み取り、1次補間法を用いて逐次計算する方法を採用した。

## 6. まとめ

高性能車の走行性能曲線図の改善を検討して以下の結果を得た。

- (1) 従来の手動変速機と自動変速機搭載車両の走行性能曲線図に、タイヤと路面間の摩擦限界すなわち駆動力限界線図を追記した新たな走行性能曲線図を作成した。
- (2) 提案の走行性能曲線図により、車両の駆動方式の違いによる登坂性能や加速性能を明確に把握できるようになった。
- (3) 表計算ソフト Excel を用いることで容易に走行性能曲線図の計算と作図を可能にした。

今後は、ころがり抵抗係数の速度依存性や高速走行時に車体に働く揚力などの影響を考慮した走行性能曲線図、走行抵抗を考慮した最大加速度の計算方法などの検討に取り組む予定である。

## 文 献

- (1) 自動車技術会, 自動車工学 -基礎- (2015), pp. 48-50, 精興社.
- (2) 自動車技術会, 自動車技術ハンドブック 第1分冊 基礎・理論編 (1992), pp. 105-110, 精興社.
- (3) 藤岡健彦, 鎌田実, 自動車プロジェクト開発工学 (2001), pp. 12-13, 技報堂出版.
- (4) 清水康夫, 先端自動車工学 (2016), pp. 36-38, 東京電機大学出版局.
- (5) 尾崎紀男, 自動車工学 (1972), pp. 192-193, 森北出版.
- (6) 竹原伸, はじめての自動車運動学 (2014), pp. 85-89, 森北出版.
- (7) 日産自動車, SKYLINE R34系車 新型車解説書 サービス技術資料追補版 I (1999), pp. B-3 & G-2.