

# 傾斜機能材料平板の非定常熱応力

角 誠之助\*1・室園 昌彦\*2

## Unsteady Thermal Stresses in Plates of Functionally Gradient Materials

Seinosuke SUMI and Masahiko MUROZONO

### Abstract

The analyses of unsteady thermal stresses in plates of SiC/C Functionally Gradient Materials (FGM) are presented with a special emphasis on the effects of the following factors ; distribution function of material properties, mechanical boundary conditions and time. The material properties of the FGM plates are assumed to vary only throughout the thickness and two mechanical boundary conditions, where one is a plate simply supported along the edges and the other restrained in bending, are considered. The plates are suddenly exposed to a constant ambient temperature through heat transfer over a surface and insulated over the other surface.

It is shown how various factors influenced the distributions of unsteady thermal stresses in the FGM plates and it is clarified that the dominant factor is the distribution function of material properties. Then, it is found that, although the temperature distribution approaches uniformity throughout the thickness as the time increases, the stresses in FGM plates sometimes reverse from tensile or compressive to another and the stress-free state is not always produced.

Finally, the stress reversal peculiar to FGM plates is briefly discussed in conjunction with the behaviors of the non FGM plates.

Key Words; Functionally Gradient Material, Thermal Stress, Thermal Shock, Plate

### 1. はじめに

宇宙往還機やスクラムジェット・エンジンの開発など、先端技術分野におけるキーテクノロジーの一つとして遮熱性に優れた超耐熱材料の開発があり、多くの研究が進められているが、その中で注目されているものに熱応力緩和型の傾斜機能材料 (Functionally Gradient Materials, FGM)<sup>1)</sup>がある。

金属等の主構造材に耐熱性を付与するために、セラミックス等を表面に接合やコーティングする方法での問題は、線膨張係数や縦弾性係数などの物性値が不連続となる界面の存在であり、ここで生ずる熱応力が耐熱強度を支配する要因の一つとなる。

そこで、予想される熱負荷に対して、最適、最小の熱

応力分布となるようにセラミックス-主構造材混合系材料の組成を連続的に変化させ、界面を無くして熱応力を緩和させようとするのが耐熱材料としての傾斜機能材料である。

傾斜機能材料の開発は、わが国独自の技術として航空・宇宙機器用の超耐熱材料開発を主目的に開始されたが<sup>2),3)</sup>、この熱応力緩和を目的とした機械的傾斜機能材料だけでなく、その後電氣的傾斜機能材料や生体材料としての傾斜機能材料など、様々な分野への展開が進められている<sup>4)</sup>。

傾斜機能材料の開発研究を大別すれば、材料設計、構造制御、評価と相互に関連する三つの分野<sup>2),3)</sup>があり、材料設計においては、材料の使用条件を与えて目的達成、いまの場合は熱応力緩和、のために最適な材料の組み合

\* 1 交通機械工学科 \* 2 九州大学工学部航空工学科  
平成 7 年 9 月 28 日 受理

わせと物性値（内部組成）分布を決定しなければならない。

PSZ/SUS304 傾斜機能材の解析を行った既報<sup>5)</sup>では、面内温度分布が一様であれば平板も、はりも本質的には同じ取り扱いが可能であるとして、両端あるいは下面全体で支持された、はりの熱応力を解析した。一方、傾斜機能材平板の熱応力についても報告されているが、これらは、平板の両面間の定常温度差に基づく定常熱応力を取り扱ったものが多い<sup>6),7)</sup>。

本論文は SiC/C 傾斜機能材料平板を対象として、非定常温度境界条件下での、組成分布の相違による熱応力の変化を、下面の周辺単純支持と曲げ拘束の二通りの力学的境界（支持）条件の場合について解析し、その挙動を比較すると共に、均質材料板との相違を示したものである。

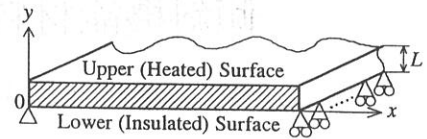
その結果、非定常加熱を受ける場合、熱応力分布が時間の経過によって変化し、支持条件によっては応力の符号が反転したり、最終的に等温状態になっても熱応力が存在するなど、均質材料板の場合とは著しく異なった挙動を示す場合のあることを明らかにした。さらに、またこの応力反転現象がどうして起きるのかについても考察を行った。

これらのことは傾斜機能材の設計条件として、従来から第一義的に取られることが多かった、加熱面の温度や板両面間の定常温度差の温度条件のみでは不十分で、非定常温度分布の推移と共に構造としての使用条件、すなわち支持条件等も考慮しないと、最適な組成分布が評価できない場合があることを示すものである。

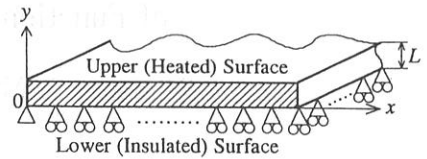
## 2. 解析モデル

Fig. 1 に示すように、下面の主構造材側で支持された板厚  $L$  の平板の非定常熱応力を取り扱う。平板は板厚方向のみに組成分布が傾斜するとし、その力学的境界条件は、(a) 下面の周囲を単純支持、(b) 下面全体で板厚方向の変位拘束、すなわち曲げ拘束の二通りについて考える。

さて、2種類の材料から構成された傾斜材料平板の組成分布を、セラミックスの体積分率  $V_c$  を用いて表す。指数型分布を仮定すると  $V_c$  は一般に次の(1)式のように表現できる。



(a) Plate simply supported along the edges



(b) Plate restrained in bending

Fig. 1 Analytical models for the Functionally Gradient Material plates and boundary conditions.

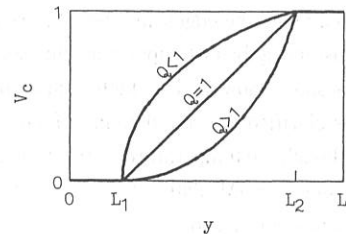


Fig. 2 Distribution functions of material properties.

Table 1 Material properties.

Material		C	SiC
Young's Modulus	$E$ (GPa)	30	260
Poisson's Ratio	$\nu$ (-)	0.3	0.3
Coef. of Linear Expansion	$\alpha$ ( $\times 10^{-6}/K$ )	4.0	4.54
Thermal Conductivity	$k$ (W/(m·K))	30	57
Specific Heat	$c$ (J/(kg·K))	700	760
Mass Density	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1800	3200

$$V_c = \begin{cases} 0 & : 0 \leq y \leq L_1 \\ \left[ \frac{y-L_1}{L_2-L_1} \right]^Q & : L_1 \leq y \leq L_2 \\ 1 & : L_2 \leq y \leq L \end{cases} \quad (1)$$

$L_1, L_2$  を変えることにより、傾斜機能部分の位置、厚さが変化する。正の定数  $Q$  による  $V_c$  の変化を Fig. 2 に示す。

計算に用いたのは、SiC/C 傾斜機能材料で、各々の物性値<sup>8)</sup> を Table 1 に示す。

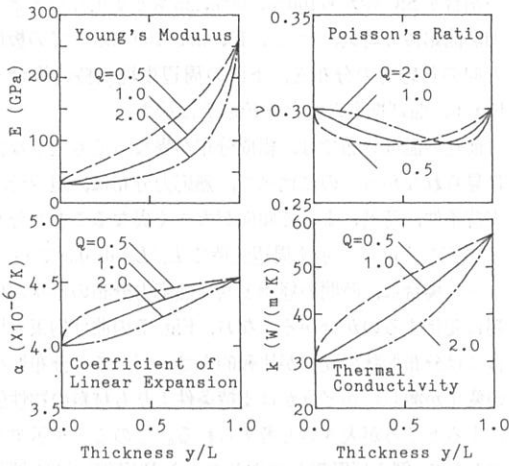


Fig. 3 Distributions of the material properties along the thickness.

熱応力緩和のための傾斜機能材料の設計に際しては、その構成要素である多相混合系——セラミックスと金属など、二種以上の物質より成る不均質固体——の熱的、力学的な物性値が入力データとして必要である。混合系におけるこの物性値は構成物質（相）の、ある平均値となっているが、混合系の様々なマイクロ組織因子に依存して物性値も大幅に変化し、実測データの収集と共に、理論的導出法の定式化等に関する研究が行われているものの、これは傾斜機能材料に関する別個の大きな研究課題である。

そこで、ここでは縦弾性係数  $E$ 、ポアソン比  $\nu$ 、線膨張係数  $\alpha$ 、熱伝導率  $k$  を球状粒子分散モデルに基づく Kerner の式<sup>9),10)</sup>を用いて、また比熱  $c$ 、密度  $\rho$  は体積分率に比例するとした線形複合則を用いて推定した。

組成分布を示す(1)式で、 $L_1=0, L_2=L$ とした場合の各物性値の  $Q$  による板厚方向の変化を Fig. 3 に示す。

### 3. 温度分布

温度条件としては、初期温度が一樣に  $T_0=0$  (K) である平板上面の SiC 側の周囲温度が、ステップ状に  $T_a=1500$  (K) まで上昇するとした。上面の熱伝達係数を  $h=1000$  (W/(m<sup>2</sup>·K))、下面を断熱とすれば、平板内の板厚方向温度分布は、(2)式の熱伝導方程式を、(3)式の初期条件と境界条件の下で解いて得られる。

$$\rho(y)c(y) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} [k(y) \frac{\partial T}{\partial y}] \quad (2)$$

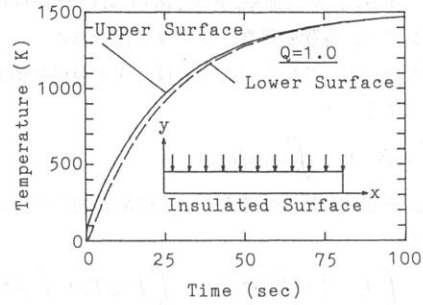


Fig. 4 Temperatures at the surfaces.

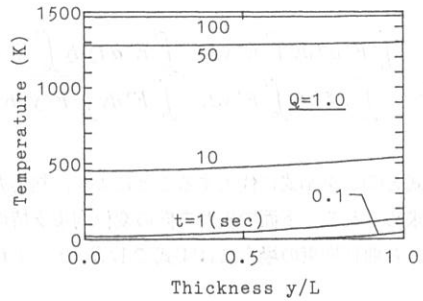


Fig. 5 Temperature distributions along the thickness.

$$\left. \begin{aligned} T=0 & : t=0 \\ \frac{\partial T}{\partial y}=0 & : y=0 \\ k \frac{\partial T}{\partial y}=h(T_a-T) & : y=L \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

本論文では、様々な形状の部材や複雑な境界条件の問題をも一括して取り扱えるように、有限要素法を用い、時間に関する離散化は Crank-Nicolson 差分式<sup>11)</sup>によった。一例として、組成分布関数のパラメータ  $Q=1$  の場合、平板上・下面での温度の時間的变化を Fig. 4 に、また  $t=0.1 \sim 100$  (sec) の各時刻での板厚方向温度分布を Fig. 5 に示す。

なお、 $Q=0.5, 2.0$  の場合の温度分布も、グラフ上では大きな差異は現れない。

### 4. 熱応力分布

平板が板厚方向にのみ  $T=T(y)$  の温度変化を受けるとき熱応力は

$$\sigma_x(y) = E^*(y) \left( \epsilon_0 + \frac{y}{R} - \alpha(y) T(y) \right) \quad (4)$$

で与えられる。ここで、 $E^*(y) = E(y) / \{1 - \nu(y)\}$ 、 $\epsilon_0$  は下

面のひずみ,  $1/R$  は曲率,  $E(y)$ ,  $\alpha(y)$ ,  $\nu(y)$  は任意点  $y$  でのヤング率, 線膨張係数, ポアソン比である。

外力が作用していないとすれば, 次の自己平衡条件式が成立する。

$$\int_0^L \sigma_x dy = 0, \quad \int_0^L \sigma_{xy} dy = 0 \quad (5)$$

(4)式を(5)式に代入すると,  $\epsilon_0$ ,  $1/R$  が次のように求められる。

$$\epsilon_0 = \frac{\int_0^L E^* \alpha T dy \int_0^L E^* y^2 dy - \int_0^L E^* \alpha T y dy \int_0^L E^* y dy}{\int_0^L E^* dy \int_0^L E^* y^2 dy - \int_0^L E^* y dy \int_0^L E^* y dy} \quad (6)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{\int_0^L E^* \alpha T dy \int_0^L E^* y dy - \int_0^L E^* \alpha T y dy \int_0^L E^* dy}{\int_0^L E^* y dy \int_0^L E^* y dy - \int_0^L E^* dy \int_0^L E^* y^2 dy} \quad (7)$$

(6)式と(7)式を(4)式に代入することにより, 熱応力の分布が求められる。下面で板厚方向の変位拘束支持の場合, すなわち曲げ拘束の場合には(4)式で  $1/R=0$  とすればよい。

$Q$ ,  $L_1$ ,  $L_2$  の種々の組み合わせに対して非定常熱応力を計算した。組成分布の指数  $Q$  が 0.5, 1.0, 2.0 の 3 種類の各場合に,  $L_2=L$  と固定して  $L_1$  を 0, 0.5 $L$ , 0.75 $L$  と変化させたとき, すなわち全板厚に対する傾斜機能部分

の割合が SiC 側から 100%, 50%, 25% と変化したときの加熱開始後の時刻,  $t = 1, 10, 50, 100$  (sec) での板厚方向の熱応力の分布を, 下面の周辺単純支持の場合を Fig. 6, 曲げ拘束の場合を Fig. 7 に示す。

前述の温度分布では, 組成分布が異なっても大きな差は見られなかったのに比べて, 熱応力分布は, 組成分布, 支持条件, 時刻によって傾向が大きく異なることが分かる。特に, Fig. 6 に示す周辺支持で  $L_1/L=0, 0.5$  で  $Q$  が小さい場合は, 時間の経過と共に熱応力分布の形状が極端に変化するの分かる。なお, Fig. 7 の曲げ拘束の場合には分布形状の変化が比較的小さいが, この分布形状の変化が激しいかどうかは支持条件よりも材料の物性値によるところが大きいと考えられる。このことを示すものとして, 例えば既報<sup>5)</sup>で取り扱った PSZ/SUS304 傾斜機能材では, 同様の温度条件下で曲げ拘束の場合に, 時間の経過と共に熱応力分布は大きな変化を生じる。

### 5. 板表面での非定常熱応力

SiC 側と C 側の両表面の熱応力の時間的変化について, 周辺支持の場合を Fig. 8 に, 曲げ拘束の場合を Fig. 9 に示す。(a)の  $L_1/L=0, L_2/L=1$  の場合には比較のために, SiC と C の各均質材料平板の結果も同時に示した。

この均質材料平板の場合には, この温度条件下では材質, 支持条件の如何に関わらず図示のように最終的に熱

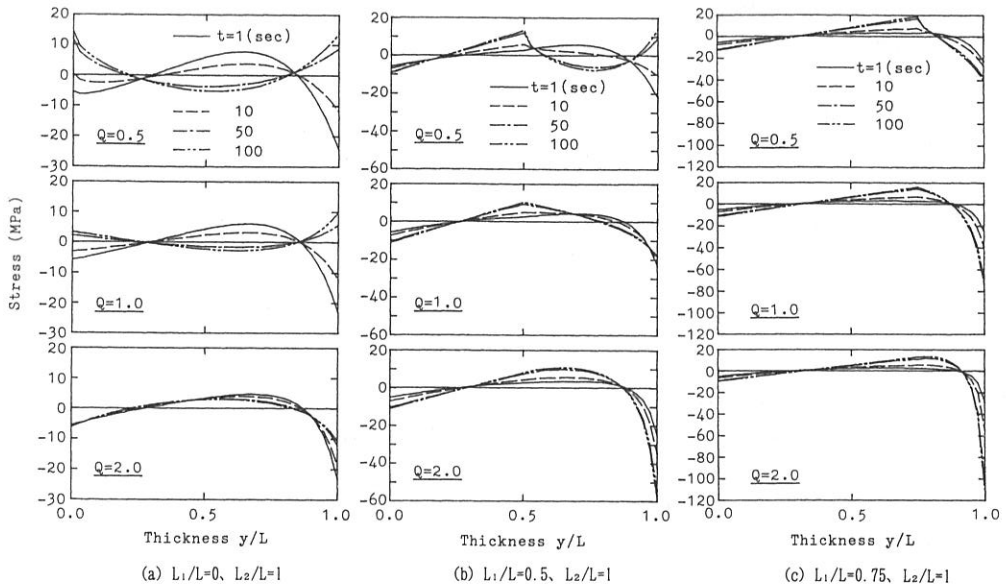


Fig. 6 Distributions of the thermal stresses; Simply supported along the edges.

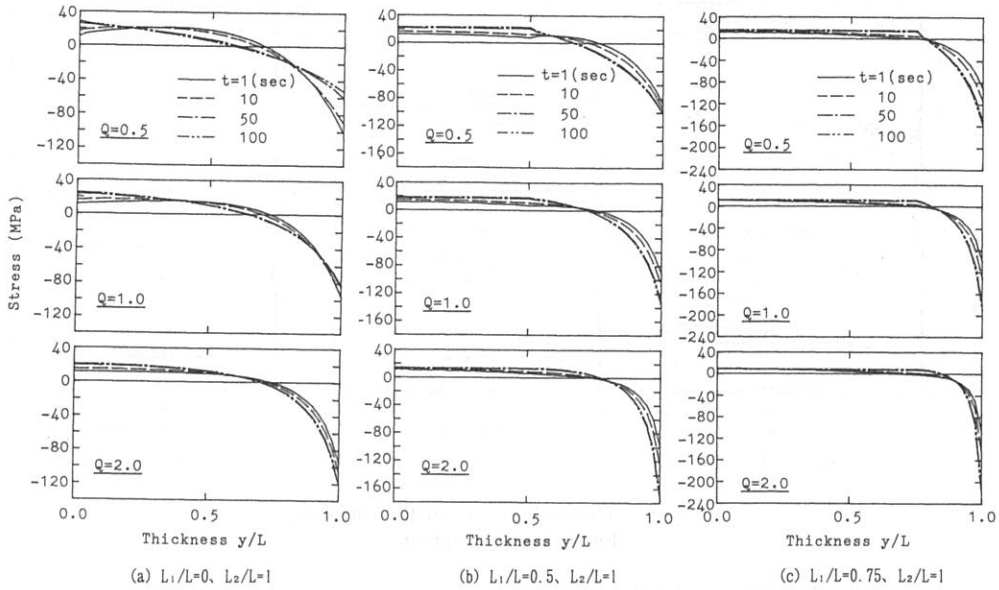


Fig. 7 Distributions of the thermal stresses; Restrained in bending.

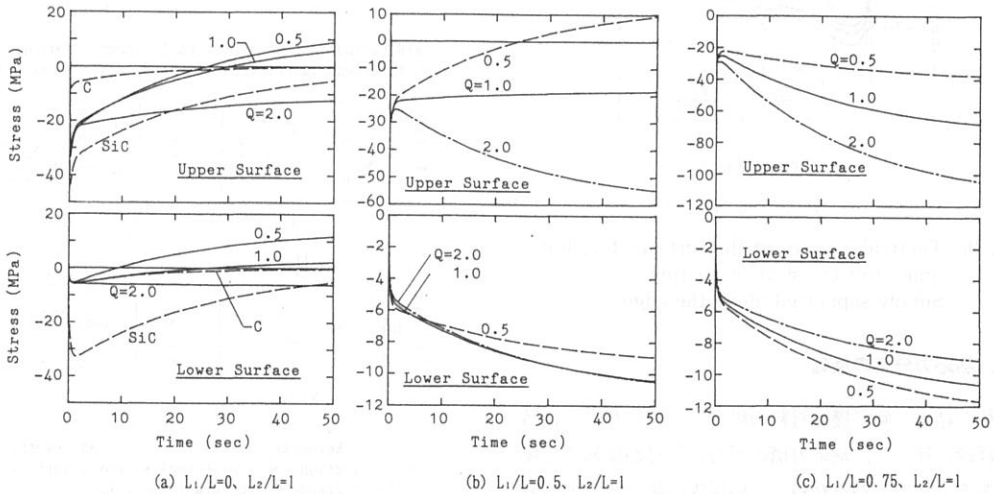


Fig. 8 Thermal stresses at the surfaces; Simply supported along the edges.

応力は零になるが<sup>12)</sup>、傾斜機能材料平板の場合は、板厚方向に物性値が変化するため、時間が経過して温度分布が一樣になっても熱応力は零にはならない。特に、ここに示した結果の中で、例えば Fig. 6 および Fig. 8 の周辺支持で (a) の場合、 $Q=0.5, 1.0$  のときは、両表面とも温度上昇開始後に圧縮応力であった熱応力が、時間の経過と共に引張応力に変化するという興味深い現象が起き

るのが分かる。この原因については次節で考察する。

さらに、Fig. 10 は Fig. 8 (a) に示す上面 SiC 側での温度上昇開始直後の圧縮応力の急激な増加の部分、時間軸を拡大して示したもので、均質材料平板と傾斜機能材料平板のいずれの場合も、圧縮応力の極大値を有していることが分かる。

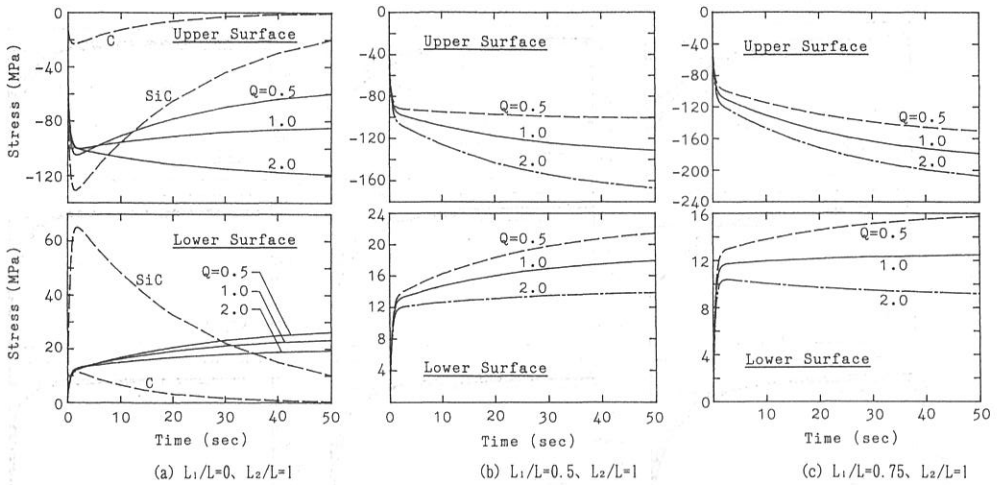


Fig. 9 Thermal stresses at the surfaces; Restrained in bending.

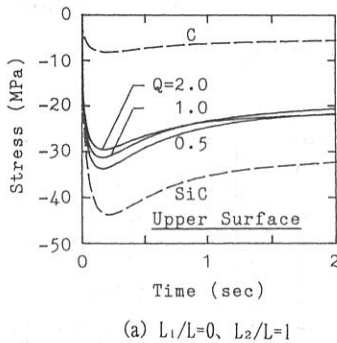


Fig. 10 Thermal stresses at the surfaces for short time after the start of heating; Simply supported along the edges.

6. 熱応力分布の反転

解析の結果、傾斜機能材料の場合は上述したように時間の経過に伴って、熱応力値の正負の符号が反転する場合がある、という均質材料にない現象の起きることが分かった。これは、従来から傾斜機能材料の設計条件として取られることの多かった定常熱負荷、定常熱応力の検討のみでは、不正確であることを示唆している。

例えば Fig. 6 において (a)  $L_1/L=0$  の場合、 $Q=0.5, 1.0$  のときは、この反転が起きているが、 $2.0$  では反転せず、組成分布によってその挙動は異なっている。また、Fig. 7 の曲げ拘束の場合にはすべての組成分布において反転しない。そこで、ここではどの様な場合に熱応力値の符号反転が起きるのかを定性的に考察する。

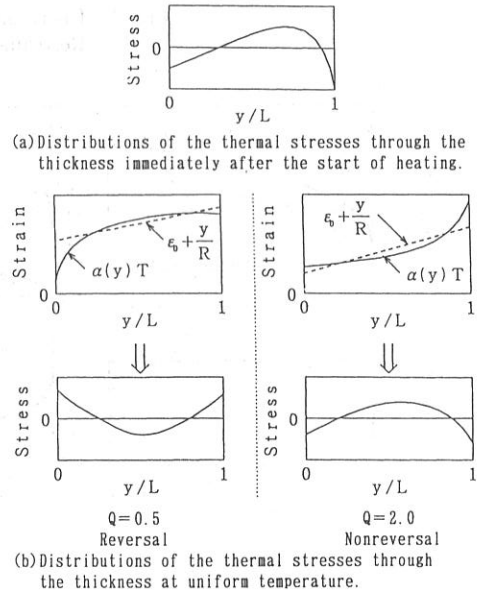


Fig. 11 Schematic illustration of stress distribution reversal for the case of simply supported along the edges.

6. 1 周辺単純支持の場合

この場合の平板の熱応力の基礎式は(4)式である。加熱開始後の比較的短時間の間は、加熱側で大きな温度勾配を持つ温度分布が存在し、熱応力分布はこの温度差に強く依存していて、すべての組成分布において Fig. 11 の (a) のようになる。

時間が経過し、温度分布が一様になるにつれて熱応力の分布は物性値の分布、すなわち組成分布に強く依存するようになる。このとき熱応力値の符号は(4)式の中の符号、つまり $\varepsilon_0 + y/R$ と $\alpha(y)T(y)$ の大小関係で決まるが $T(y) = \text{const}$ の時には線膨張係数 $\alpha(y)$ が上に凸か、下に凸かが大きく影響することになる。例えばFig. 11の(b)に示すように、 $L_1=0$ 、 $L_2=L$ の $Q=0.5$ の場合は $\alpha(y)$ の分布が上に凸(Fig. 3)なので逆転が起き、 $Q=2.0$ の場合は下に凸(Fig. 3)なので逆転が起きないと説明できる。当然ながら、 $\varepsilon_0$ 、 $1/R$ は(6)式、(7)式で与えられるように、 $E(y)$ 、 $\alpha(y)$ 、 $\nu(y)$ に関連して定まる定数であるが、符号の逆転には $\alpha(y)$ の分布が大きく影響するのは確かである。

## 6. 2 曲げ拘束の場合

曲げ拘束の場合の熱応力の基礎式は(8)式である。

$$\sigma_x(y) = E^*(y) \{ \varepsilon_0 - \alpha(y) T(y) \} \quad (8)$$

加熱開始後の比較的短時間の間は、この場合も熱応力の分布は平板内部での温度差に強く依存して、すべての組成分布においてFig. 12の(a)に示すようになる。

時間が経過し、温度分布が一様になるに伴い熱応力分布は物性値に強く依存するようになる。このとき熱応力値の符号は(8)式の中の $\varepsilon_0$ と $\alpha(y)T(y)$ の大小関係に

よって決まるが、この場合はFig. 12の(b)に示すように $\alpha(y)$ が単調に増加すれば、その分布が上に凸でも、下に凸でも符号の逆転は起きない。ただし、これは加熱側の線膨張係数が断熱側よりも大きい場合のことであり、PSZ/SUS304の傾斜機能材のように、逆に断熱側の線膨張係数の方が大きい場合には必ず符号の反転が起きる。

## 7. おわりに

板厚方向のみに組成分布が変化するSiC/C傾斜機能材料平板が、片面で加熱を受け、他の面が断熱されている場合、非定常熱応力の挙動に及ぼす力学的境界(支持)条件や組成分布の影響について考察した。得られた結果は以下のように要約される。

- (1) 加熱開始後の比較的短時間の間は、熱応力の板厚方向分布は組成分布が異なっても、支持条件が同じであればあまり変わらない。これは、加熱側で生ずる大きな温度勾配を持つ温度分布が熱応力分布を決定する主要な要因になっているからである。
- (2) 時間が経過して温度分布が一様になるにつれ、熱応力分布を決定する要因が物性値の分布へ移るため、熱応力分布は組成分布により大きく異なる様相を示す。
- (3) 支持条件の違いによる熱応力分布の特徴は、周辺支持の場合は時刻による変化が大きく、ある組成分布では時間の経過と共に熱応力値の符号が反転する場合がある。曲げ拘束の場合は時刻による変化は小さく、SiC側で大きな圧縮応力が生ずる。

このように、熱応力分布は組成分布、支持条件、時刻によって大きく異なり、場合によっては両表面あるいは内部での熱応力が、時間の経過に伴って、引張と圧縮との符号反転を生ずることが明らかになった。これは、同じ条件の均質材料板では起こり得ないことで、傾斜機能材料板に特有な現象である。さらに、このことは傾斜機能材料の設計において、設計条件としては加熱面の最高温度や両面間の定常温度差のみでは不十分で、本論文で示したように、力学的な境界条件、支持条件をも考慮した非定常熱応力解析を行い、応力分布の挙動、大きさを評価しなければならないことを示していることに他ならない。

本研究の数値計算には九州大学大学院工学研究科修士課程日野保義氏(現在新日鐵)の協力を得た。ここに謝意を表すると共に、本論文の一部はすでに講演発表<sup>13)</sup>を行ったものであることを付記する。

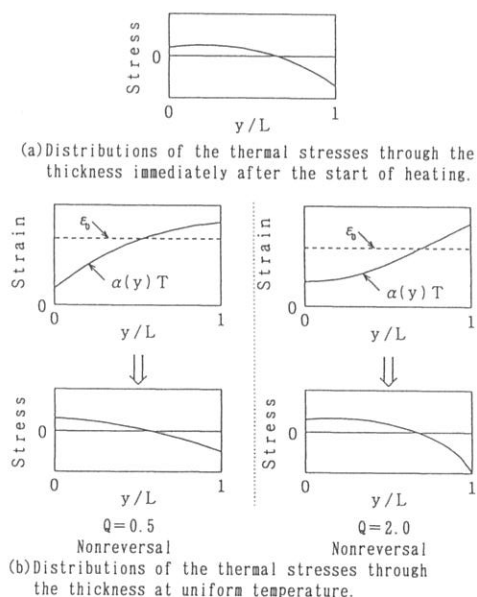


Fig. 12 Schematic illustration of stress distribution reversal for the case of restrained in bending.

## 文 献

- 1) 未踏科学技術協会, 傾斜機能材料研究会: 傾斜機能材料, 工業調査会, 1993.
- 2) 科学技術庁研究開発局: 昭和61年度科学技術振興調整費, 複素化による機能発現と熱応力緩和のための基盤技術に関する調査報告書, 昭和62年5月.
- 3) 科学技術庁研究開発局: 科学技術振興調整費, 熱応力緩和のための傾斜機能材料開発の基盤技術に関する研究, (第I期 昭和62~平成元年度)成果報告書, 平成2年11月.
- 4) 未踏科学技術協会: 平成2年度科学技術振興調整費, 熱応力緩和のための傾斜機能材料開発の基盤技術に関する研究, 設計境界条件の調査研究 報告書, 傾斜機能材料のニーズ調査, 平成3年3月.
- 5) 角誠之助, 室園昌彦, 三保和之, 日野保義: 傾斜機能平板の熱応力, 日本航空宇宙学会西部支部講演会(1990)講演集, p.53.
- 6) Ishikawa, T.: Thermal Deformation and Thermal Stress of FGM Plates under Steadily Gradient Temperature Field, Proc. First International Symposium on Functionally Gradient Materials, 1990, p.11.
- 7) Noda, N. and Tsuji, T.: Steady Thermal Stresses in a Plates of Functionally Gradient Material, *ibid.*, p.339.
- 8) Sasaki, M. and Hirai, T.: Fabrication and Thermal Barrier Characteristics of CVD SiC/C Functionally Gradient Material, *ibid.*, p.83.
- 9) Kerner, E.H.: The Electrical Conductivity of Composite Media, Proc. Phys. Soc. Sect. B, Vol.69, 1956, p.802.
- 10) Kerner, E.H.: The Elastic and Thermo-elastic Properties of Composite Media, *ibid.*, p.808.
- 11) 矢川元基: 流れと熱伝導の有限要素法入門, 培風館, 1983, p.103.
- 12) Gatewood, B.E.: Thermal Stresses, McGraw-Hill, 1957, p.73.
- 13) 角誠之助, 室園昌彦, 日野保義: 傾斜機能材料平板の非定常熱応力, 日本航空宇宙学会・日本機械学会, 第33回構造強度に関する講演会(1991)講演集, p.266.