

# ニューラルネットワークを使用した 非線形離散時間システムの制御

小路口心二\*・横田 真一\*\*・大西 隼人\*

## Control of a Class of Nonlinear Discrete Time Systems Using Neural Networks

Shinji KOJIGUCHI, Shinichi YOKOTA, Hayato OHNISHI

### Abstract

Feedback linearization theory has offered an effective means to the control of nonlinear systems. The central idea of the approach is to transform a state space model of a plant into new coordinates where nonlinearities can be cancelled (fully or partially) by feedback. The major challenge in performing such cancellation is the need to know precise models of the nonlinearities. One approach to address this challenge is to use neural networks capable of determining the nonlinearities. In this paper we investigate discrete time systems. Computer simulations verify the theoretical result.

### 1. はじめに

フィードバック線形化理論は、非線形システムの制御に対して有効な手段を提供してきた。[1]～[5]これはプラントの状態空間モデルを新しい座標に変換することを意味するものであり、その座標変換と併行して実現される非線形フィードバックによる制御則をもってシステムの非線形性を(全部または部分的に)消去する。しかし、このような非線形性の消去が実現されるには、非線形システムの正確なモデルが判明していることが前提になることを指摘しなければならない。現実においては、そのダイナミクスが観測可能なパラメタによってのみ類推されるような、いわゆるブラックボックスシステムに対応しなければならない場合が多い。

本論文は、非線形離散時間システムで、そのダイナミクスモデルが確定されていない場合について線形化理論を適用することを意図している。我々は人工ニューラルネットワーク(以下ANN)を使用して、座標変換の非線形写像を実現する。

以下、第2章において離散時間システムにおける線形

化の理論を示し、理論的流れをなぞるようにして、座標変換とフィードバック則がANNの学習によって実現される過程を説明する。第3章において一つの例題に本論文の手法を適用した結果を提示する。最後に第4章において研究結果を総括する。

### 2. 非線形離散時間システムの線形化

我々は1入力1出力非線形離散時間システム(2.1)式を考察の対象とする。

$$y_{k+1} = f_0(\cdot) + g_0(\cdot)u_{k-d+1} \quad (2.1)$$

ここに、記号  $y_{k+1}$  は  $y(k+1)$ 、 $u_{k-d+1}$  は  $u(k-d+1)$  の簡略表現である。また、 $f_0$  および  $g_0$  は、 $y_k, \dots, y_{k-(n-1)}, u_{k-d}, \dots, u_{k-d-(m-1)}$ 、 $m \leq n$  の滑らかな関数であるとする。 $y$  は出力であり  $u$  は入力である。 $d$  は相対次数と呼ばれるものである。このことから、離散時間システムにおける相対次数  $d$  とは、入力された信号が、入力時点から  $d$  ステップ後になってはじめて出力に影響を及ぼしはじめることを意味している。

(2.1)式において、 $d=1$ の場合、

$$y_{k+1} = f_0[y_k, \dots, y_{k-(n-1)}, u_{k-1}, \dots, u_{k-m}]$$

$$+g_0[y_k, \dots, y_{k-(n-1)}, u_{k-1}, \dots, u_{k-m}]u_k \quad (2.2)$$

となり,

$$u_k = -\frac{f_0[\cdot]}{g_0[\cdot]} + \frac{v_k}{g_0[\cdot]} \quad (2.3)$$

とおくと非線形性は消去されて

$$y_{k+1} = v_k \quad (2.4)$$

となって新しい入力  $v$  と出力  $y$  の関係は線形となる。しかし、 $d=2$  に対しては、

$$y_{k+1} = f_0[y_k, \dots, y_{k-(n-1)}, u_{k-2}, \dots, u_{k-2-(m-1)}] + g_0[y_k, \dots, y_{k-(n-1)}, u_{k-2}, \dots, u_{k-2-(m-1)}]u_{k-1} \quad (2.5)$$

となる。ここで制御則を

$$u_{k-1} = -\frac{f_0[y_k, \dots]}{g_0[y_k, \dots]} + \frac{v_{k-1}}{g_0[y_k, \dots]} \quad (2.6)$$

とすることはできない。 $u_{k-1}$  を定めようとするのに、次の時間ステップにおける出力  $y_k$  を必要としており矛盾がおきる。 $d>1$  において、非線形の消去が可能であるためには、未来のプラント出力を何らかの方法で表現しなければならない。

$n$  および  $m$  が分かっているものとし、さらに、相対次数  $d$  も、後述するように簡単に見出すことができるので、分かっているものとする。(2.1) 式から

$$y_k = f_0[y_{k-1}, \dots, y_{k-n}, u_{k-d-1}, \dots, u_{k-d-m}] + g_0[y_{k-1}, \dots, y_{k-n}, u_{k-d-1}, \dots, u_{k-d-m}]u_{k-d} \quad (2.7)$$

と書ける。このシステムを ANN でエミュレートするため、Fig. 1 のシステムで学習を行なうものとする。

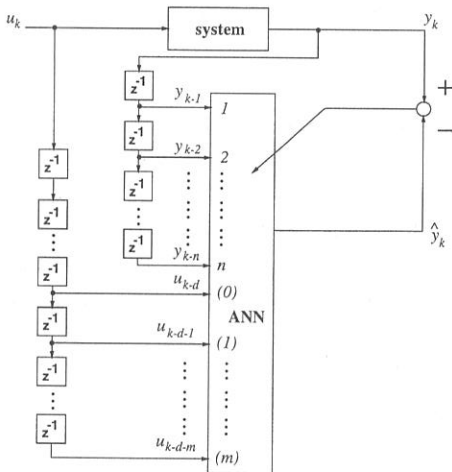


Fig. 1: Training of a ANN

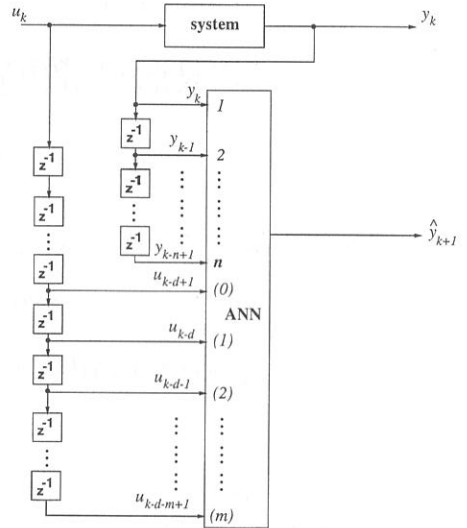


Fig. 2: Anticipating of future plant output  $\hat{y}_{k+1}$

このようにして得られた ANN に Fig. 2 に示すように、 $y_k, y_{k-1}, \dots, y_{k-n+1}, u_{k-d+1}, \dots, u_{k-d-m+1}$  の入力を与える  $\hat{y}_{k+1}$  が得られる。

このことは、Fig. 1 で訓練した ANN を使用して  $y_{k+1}$  を予想することができることを意味する。入力と出力の時系列データから、ANN によってプラントダイナミクスをエミュレートすることでこのことが可能となった。この操作を繰り返していくと、 $d$  ステップ未来の出力  $y_{k+d}$  を予想することが可能である。

Fig. 3 は繰り返し操作による  $y_{k+d}$  の予測システムを示す。簡単な例とするため、 $n=3, m=2, d=2$  の場合について示している。

Fig. 3 によって得られる出力は  $\hat{y}_{k+2}$  であり、

$$y_{k+2} = f_0(y_{k+1}, y_k, y_{k-1}, u_{k-1}, u_{k-2}) + g_0(y_{k+1}, y_k, y_{k-1}, u_{k-1}, u_{k-2})u_k \quad (2.8)$$

をエミュレートしている。一般的には

$$\hat{y}_{k+d} = f_0(y_{k+(d-1)}, \dots, y_{k+(d-1)-(n-1)}, u_{k-1}, \dots, u_{k-m}) + g_0(y_{k+(d-1)}, \dots, y_{k+(d-1)-(n-1)}, u_{k-1}, \dots, u_{k-m})u_k \quad (2.9)$$

にて予測される。 $u_k$  を、

$$u_k = \frac{v_k - f_0(y_{k+(d-1)}, \dots, y_{k+(d-1)-(n-1)}, u_{k-1}, \dots, u_{k-m})}{g_0(y_{k+(d-1)}, \dots, y_{k+(d-1)-(n-1)}, u_{k-1}, \dots, u_{k-m})} \quad (2.10)$$

とすると、

$$\hat{y}_{k+n} = v_k \quad (2.11)$$

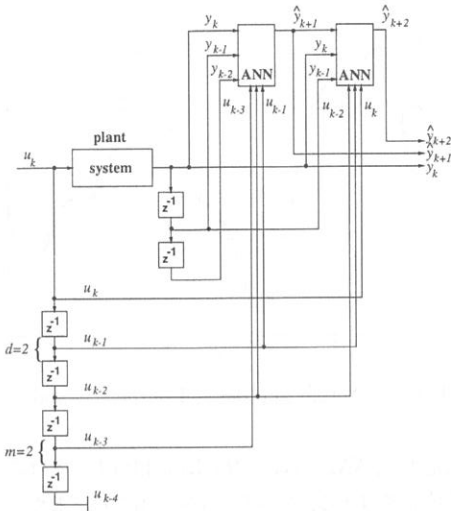


Fig. 3: Anticipating of future plant output  $\hat{y}_{k+1}$ ,  $\hat{y}_{k+2}$  for system with  $n=3, m=2, d=2$

となって線形化が実現される。

次章において、本手法を一つの事例に適用した実験結果を示す。

### 3. 線形化に基づくトラッキング制御事例

離散時間非線形システムとして (3.1) 式で表わされるプラントを考える。

$$y(k+1) = \frac{y(k) \cdot y(k-1)y(k-2)(y(k-2)-1)u(k-1)+u(k)}{1+y^2(k-2)+y^2(k-1)} \quad (3.1)$$

ただし、我々はシステムの次数が  $n=3$  であること、非線形の構造が  $y(k+1)=f(\cdot)+g(\cdot)u(k-d)$  なる形であること以外プラントの詳細については知らないものとする

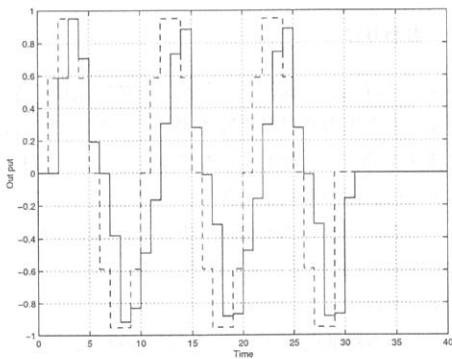


Fig. 4: Test of relative degree

る。 $d$  は未知である、まず我々は相対次数  $d$  の確定からはじめなければならない。そのためには、システムにテスト信号を加え出力応答を観測しなければならない。この入力信号急変の影響が出力に影響を及ぼすのに、どれだけの時間ステップを必要とするかによって相対次数を決定する。Fig. 4 に示すように、このステップ数は 1 であり、 $d=1$  とされる。

$n=3, d=1$  であることから、ANN の学習システムを Fig. 5 に示すように構成する。この場合  $m$  は未知であるが  $m \leq n$  なる条件から、 $\hat{m}=3$  と考える (現実には  $m=1$  である)。ANN が完全に訓練されていれば、 $(\hat{m}-m)=2$  個の入力は余分な入力となってネットワークには何ら影響を与えない。

訓練を終えた ANN にテスト信号

$$u_i(k) = 0.3 \sin\left(\frac{\pi}{25} k\right) + 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{32} k\right) + 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{10} k\right)$$

を加えた場合のシステム応答  $y(k)$  と ANN 出力  $\hat{y}(k)$  を Fig. 6 に示す。

$d=1$  であると分かったので対象のシステムは

$$y(k+1) = f(\cdot) + g(\cdot)u(k) \quad (3.2)$$

なる形をしている。現時点  $k$  においては出力  $y(k+1)$  の値は未知であるが、先に学習した ANN を使用することによって予測することが可能である。

ANN の入力に  $y(k), y(k-1), y(k-2), u(k), u(k-1), u(k-2), u(k-3)$  を加えることで  $\hat{y}(k+1)$  が予測される。このようにして得られた予測出力は

$$\hat{y}(k+1) = f(\cdot) + g(\cdot)u(k) \quad (3.3)$$

なるシステムを実現しているので、制御入力を

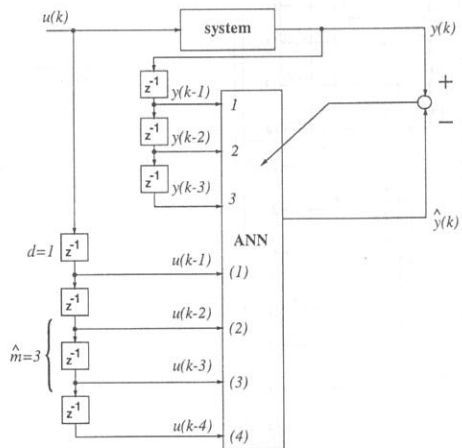


Fig. 5: Training of a Neural Network

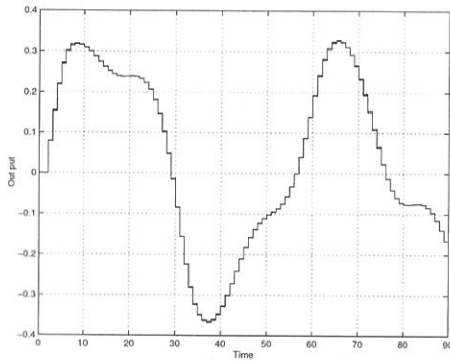


Fig. 6: Respose  $y(k)$  and  $\hat{y}(k)$  for test signal

$$u(k) = \frac{-f(\cdot) + v(k)}{g(\cdot)} \quad (3.4)$$

とすると、非線形性は消去されて

$$\hat{y}(k+1) = v(k) \quad (3.5)$$

のように線形化される。ここで、 $u(k)$ を実現するため  $f(\cdot)$  と  $g(\cdot)$  を抽出しなければならない。

Fig. 7 に示すように、訓練済みの ANN と全く同じ構成の ANN をもう 1 個準備する。前者を  $NN_0$ 、後者を  $NN_a$  と名づける。 $NN_0$  においては、出力の  $g(\cdot)u(k)$  の項をゼロにするため、入力  $u(k)$  に相当する入力をゼロ

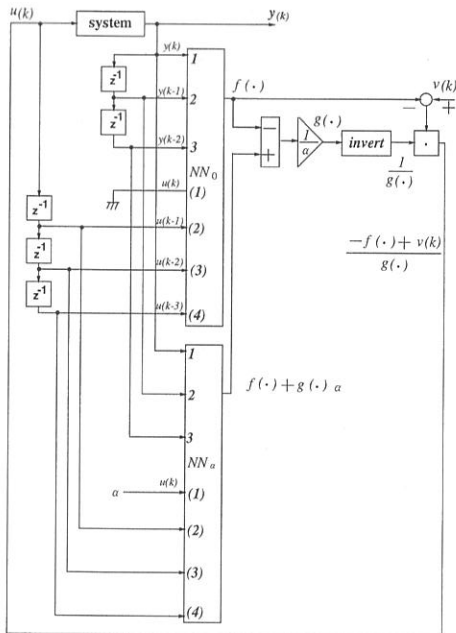


Fig. 7: Feedback linearization scheme

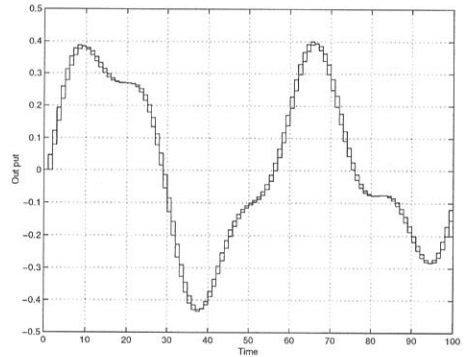


Fig. 8: Actual and desired output:  $y$  and  $y_R$

に固定する。 $NN_a$  では、入力  $u(k)$  に相当する入力に一定入力値  $\alpha$  を与える。2 つの ANN の出力差を求めることによって  $g(\cdot)$  が得られる。

Fig. 7 のシステムにおいて  $v(k) = y_R(k+1) + c_0(y_R(k) - y(k))$  としよう。ここに、 $y_R(k+1)$  および  $y_R(k)$  はトラッキング信号である。 $v(k) = \hat{y}(k+1)$  であったから、上式は

$$y_R(k+1) - \hat{y}(k+1) + c_0(y_R(k) - y(k)) = 0 \quad (3.6)$$

となる。 $y_R(k) - y(k) = e(k)$  と置くと

$$e(k+1) + c_0 e(k) = 0 \quad (3.7)$$

となる。これは  $(z + c_0)e(h) = 0$  と置ける。 $-c_0$  を単位円内に設定すれば、 $e(k) \rightarrow 0$  となり漸近的トラッキングが可能となる。

Fig. 8 は  $y_R(k+1)$  を  $y_R(k+1) = 0.3 \sin\left(\frac{\pi}{25}k\right) + 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{32}k\right) + 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{10}k\right)$  とした場合の制御特性を示す。漸近的トラッキングが実現されていることが分かる。

#### 4. おわりに

本論文では (2.1) 式のアファイン関数で記述できるような 1 入力 1 出力非線形離散時間システムにおいて、線形化技法を適用して制御する方法を提案した。これは、システムの詳細が不明な場合であっても、人工ニューラルネットワーク (ANN) を利用することによりシステムの学習を完全に行ない、そのシステムの出力を予測して線形化を実現するものである。この際に、システムのパラメタである離散時間システムにおける相対次数  $d$  の判定方法を示した。また、システムに影響を与える入力の

遅れ $m$ は、ANNの余分な入力があるANNの学習に何ら影響を与えない特性を利用して、システムとして妥当と思われるまでANNに入力として与えても良いことを確認した。

ここでは、1入力1出力(SISO)非線形離散時間アフィンシステムに関するものであるが、多入力多出力(MIMO)システムにも容易に拡張され得る。

本論文にて提案した手法は、離散時間だけでなく連続時間システムにも適用される。これについては同時に報告される文献[6]を参照されたい。

#### 参考文献

- [1] A. Isidori, 'Nonlinear Control Systems', 2nd Edition, 1989, Springer-verlag
- [2] J. E. Slotine and W. Li, 'Applied Nonlinear Control', 1991, Prentice Hall
- [3] F. chen and H. K. Khalil, 'Adaptive control of nonlinear systems using neural networks', Int. J. Control, vol. 55, No. 6, pp 1299-1317, 1992
- [4] F. chen and H. K. Khalil, 'Adaptive Control of a Class of Nonlinear Discrete-Time Systems Using Neural Networks', IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 40, No. 5, pp 791-801, May 1995
- [5] H. A. A. Fattah, A. F. Sakr, A. Bahgat, 'Nonlinear System Control Via Feedback Linearization Using Neural Networks', IEEE Int. Conf. Neural Netw. Proc. (USA) 1996 [vol. 4], pp 2238-2243, 1996
- [6] 大西隼人, 小路口心二, 横田真一, 'フィードバック線形化に基づく非線形システムの制御', 久留米工業大学研究報告, No. 22, pp73-79, 1998