

〔論文〕

遺伝的アルゴリズムを利用した単純曲げ 応力に有効な2次元断面形状の検討

白石 元*

Inspection of the 2-D cross-section shape that
functional to bend stress by using the Genetic Algorithm

Hajime SHIRAISHI

Abstract

Nowadays many constructions are used the wide flange beam. In this research we confirm that there is stronger 2-D cross section shape or not when bend stress is subjected. Levity and strength are incompatibility. If we can discuss the changing shape according to the levity, get the clue to make stronger and levity shape. We use as a method for analysis, genetic algorithm.

論文要旨

現在多くの構造物に使用されている材料としてH型鋼がある。今回、このH型材料に曲げ応力だけがかかる場合を考えた時、単純な構造でこの材料より強い2次元断面形状をしているものがないのかを確かめた。また強さと軽さは相反するものであるが、その比率を変えていったとき、断面形状はどのように変化してゆくのかを検討することができれば、より強く軽い断面形状を導き出す手がかりになると考えられる。今回、解析手法として、遺伝的アルゴリズムを使用した。

1. 緒言

現在多くの構造物に使用されている材料としてT型鋼、H型鋼などがある。今回、このような材料に曲げモーメントだけがかかる場合を考慮し、単純な構造でH型鋼より強い2次元断面形状が検討できるか試行した。また強さと軽さは相反するものであるが、その2つの比率を変えていったとき、断面形状はどのように変化してゆくのかを観察した。解析手法として、遺伝的アルゴリズムを用いたところ、比率により様々な形状を算出することが可能であった。算出された形状の例で簡易的な破断試験を行った結果、理論値に近い値が観察された。

2. 曲げ応力概要

対称はり材料に曲げモーメントのみが作用するときの曲げ応力 σ の概念図を図1に示す。モーメントMによるはりの曲げ応力は、断面係数をZとすると(1)式で表される。

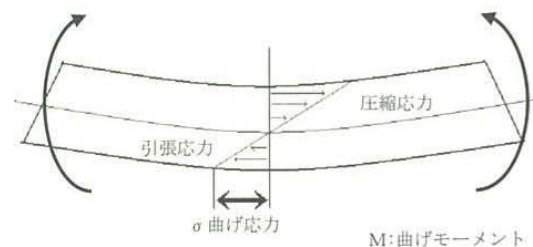


図1 曲げ応力概念図

*機械システム工学科
平成21年7月3日受理

$$\sigma = \frac{M}{Z} \quad (1)$$

断面係数は、 I を断面2次モーメント、 e を中立軸からの距離とすると式(2)で表される。図2にH型断面の例を示す。

$$Z = \frac{I}{e} \quad (2)$$

曲げ応力に強い断面形状のためには Z を大きくすることであり、そのためには I を大きく e を小さくすればよいことになる。断面2次モーメントは(3)式で表される。

$$I = \int y^2 dA \quad (3)$$

y は、微小面積 dA の中立軸からの距離。断面2次モーメントを大きくとるためには、中立軸から離れた所に多くの断面積を持つようにすればよいことになる。しかしそれは中立軸から、材料の一番外側までの距離 e を大きくとることにもなる。 I を大きく、 e を小さくする事は矛盾する方法となり、軽さと強さを両立させる式を見つける事は、容易な問題ではないと考えられる。

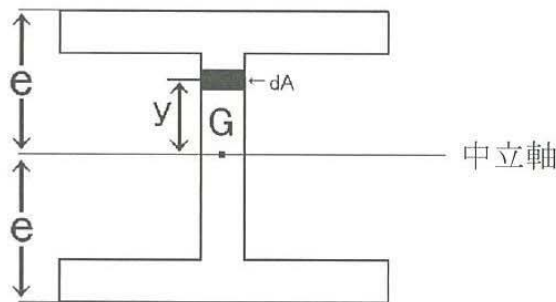


図2 H型断面図

3. 断面形状表示計算方法

軽さと強さを両立させる式が導き出すことが難しいため、今回は形状をマスで区切り、それを利用して計算を行うことにした。マスを塗り潰す事によって断面の形を表現したH型断面の例を図3に示す。中立軸は一番下側とし、中立軸に上下対象の形状のみを検討することとした。

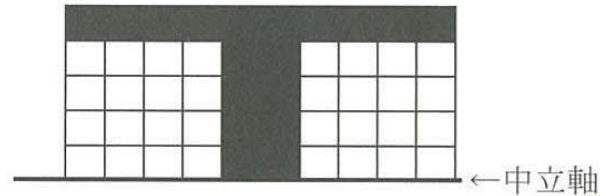


図3 マスを塗って表現したH型断面図

塗ったマス一つ一つにおいて中立軸からの断面二次モーメントを計算し、合成して全体の断面二次モーメントを求めた後、中立軸から、塗られた最も外側のマスまでの距離 e で割って断面係数を求めた。

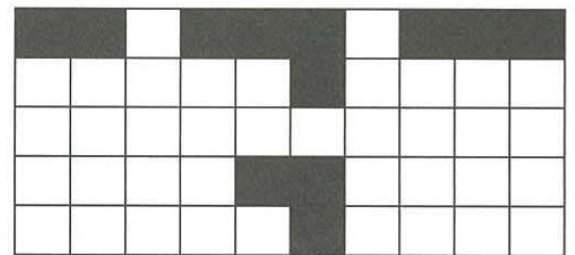


図4 繋がっていない断面形状の例

また一つ一つのマスが、繋がっていなければ材料として成り立たない。そこで、連続して繋がっていなければ、計算の際に無効にするような方法をとった。繋がっていない形状の例を図4に示す。一つ一つのマスが埋まっているか否か確かめながら、1マスごとの断面二次モーメントを合計すれば断面係数を計算することができるが、上記のような50個のマスをを用いると総当りでの計算は、 2^{50} 回の演算となる。1回の計算に2/1000秒かかるとすると、全ての計算を終えるのに約7万年かかってしまい現実的ではない。よって今回は解の探索方法として遺伝的アルゴリズムを使用することにした。

4. 遺伝的アルゴリズム (GA) の適用方法

遺伝的アルゴリズム (以下GA) は生物進化を模倣した強力な探索方法である。その方法は、はじめに異なった遺伝子 (ここでは断面形状の情報) を持ついくつかの初期集団を用意し、その中で、選択・交叉・突然変異の3つのプロセスを行う。これらの操作を繰り返し世代を経るうちに最適解に近づくことを前提とする方法である⁽¹⁾。

4-1 初期集団と遺伝子へのコーディング方法

初期集団として10個の異なる形状をランダムに作成した。その例を図5に示す。

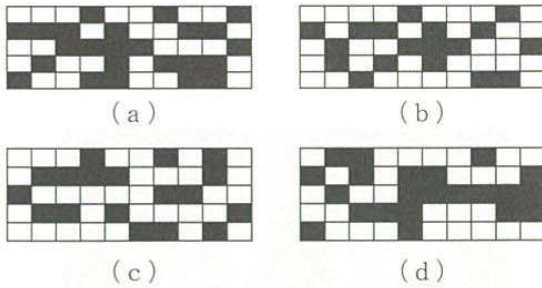


図5 初期集団生成例

これらの遺伝子へのコーディング方法は、塗られたマス目を1とし、空いたマス目を0として表現した。図5中の(a)では、一番上の行、左から4番目、7番目、10番目が塗られているため

(a) {0.0.0.1.0.0.1.0.0.1...}となる。以後、同様にして一番下の行が左から... 1.0.0.1.1.0.0.1.1.0}と表される。

4-2 評価

各個体の評価は、重さと強さ、ペナルティの三つから評価点をつけることにした。

- ・重さの評価
マスの塗潰された部分が少ないほど点数が高い。マス1つを単位質量と考える。
- ・強さの評価
断面係数が大きな形状ほど点数を高くする。
- ・ペナルティ
繋がりのない形状に対して低い点数を与えるようにする。

最終的な評価 = (重さの評価点数 + 強さの評価点数 - ペナルティ) として計算した。

4-3 選択, 交叉, 突然変異

選択はそれぞれの個体の評価点を、集団全体の合計点で割った適応度比例戦略を用いた。交叉は、選択された2個体の交叉位置をランダムに1か所で行入れ替える、1点交叉を用いた。突然変異率は何度か試行した後、20%で行った。

5. GAによる断面形状計算結果

GAの計算を何度か試行したところ、計算結果の収束の状況から1000世代、突然変異率は20%が適当であると判断し最終結果とした。また、強さと軽さの点数の比率を変化させ、算出された形状を検討した。図6に強さと軽さの比率1:1のときの形状例を示す。同様に図7~図9まで軽さの比率を変化させた場合の計算結果例を示す。

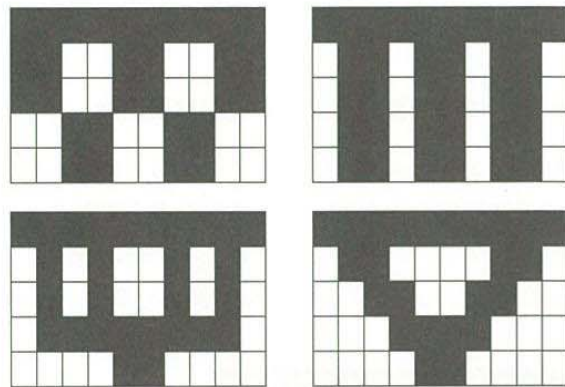


図6 強さと軽さの比率1:1の計算例

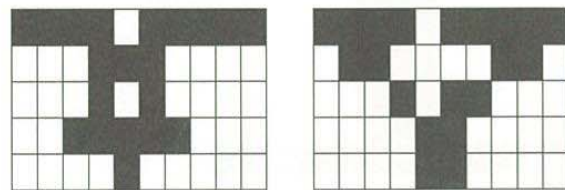


図7 強さと軽さの比率1:2の計算例

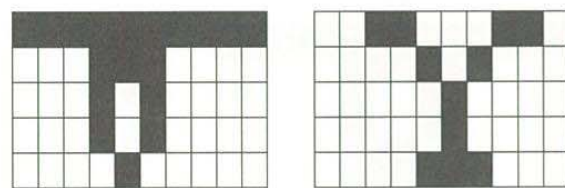


図8 強さと軽さの比率1:3の計算例

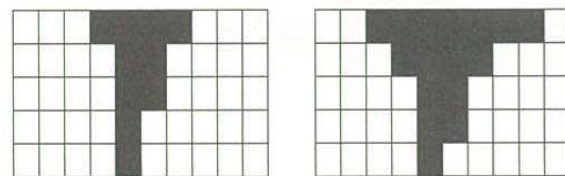


図9 強さと軽さの比率1:4の計算例

軽さの比率を大きくするにつれて、図10に示すように中心付近の断面が上へ上へと移動してゆく傾向が見られる。最終的には上部の横棒のフランジと真ん中の縦棒のウェブに断面が集中する。これらの結果

から軽さを追求していくと、中立軸から離れた場所に面積を持つ方が有利となっており、2次元ではウェブが無ければ、材料として成り立たないことからH型に近い形が算出された。

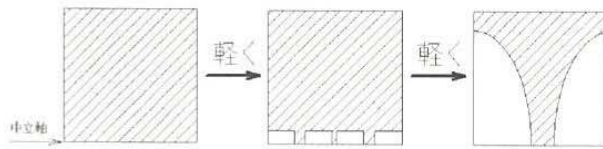


図10 軽さの比率を上げた場合の変化傾向

6. GAでの計算結果形状と簡易破壊試験

GAで求めた結果から、同じマス数（質量）で、比較用に仮定したH型よりも強いと考えられる形状を導き出すことができた。図11にその形状を示す。断面係数比は、H型：GA算出断面=6.2：6.5となっている。

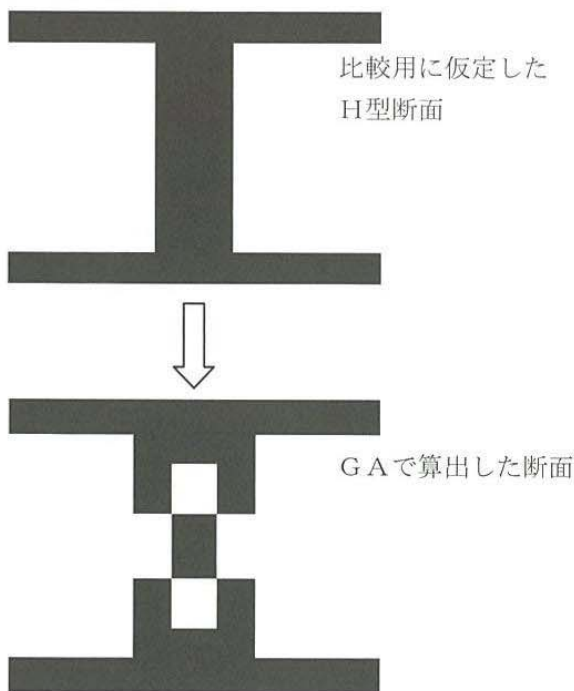


図11 GAで算出したH型より有利と思われる断面形状

強度を比較するため、GAで算出した形状とH型を発泡スチロールで各2個ずつ作り、実際に破壊までの荷重を中心部にかける簡易試験を行った。図12に作成したモデルを示す。

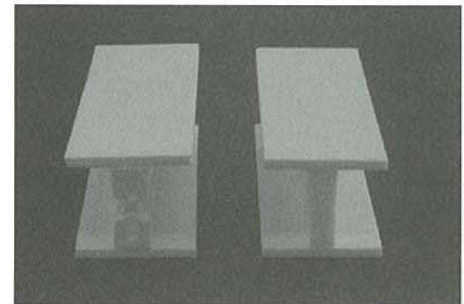
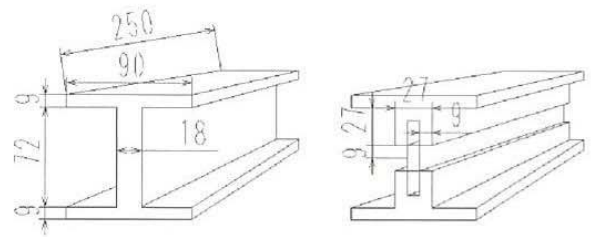


図12 発泡スチロールで作成したH型とGAで算出した型

破壊試験は、図13に示すように中心部にロープをかけ水タンクを取り付けた後、水をタンクに注入し破断するまでの重量を比較した。材料には曲げモーメントだけが働く条件ではないが、強さに関してある程度の比較はできるのではないかとと思われる。図14に破断した様子を示す。

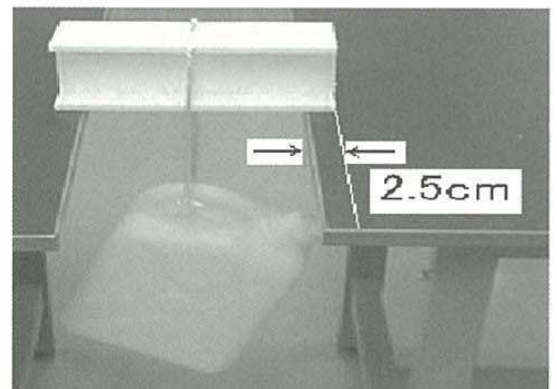


図13 強さ簡易実験方法

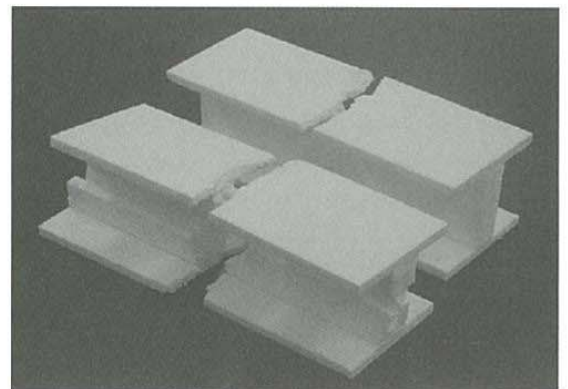


図14 破断後の様子

2回の破壊試験の平均荷重はH型で6.52kg, GA算出型は6.92kgであった。H型とGA算出型の断面係数の割合は、6.2:6.5になるため、断面係数にそった近い値となり、より強い形状であることが確かめられた。

7. 断面形状についての検討

質量を考慮せず、曲げ応力に強だけの断面形状を考えてみると全部のマスを埋めたものが当然ながら強い。しかし、それに軽いという条件を加えると中立軸の方から断面が削られてゆき、曲げ応力の分布を考えると結果的に中央が細く外側が厚い断面が考えられる。材料に横方向からもモーメントがかかってくる場合は、図15のように断面を配置すればその力に耐えることができ、各方向からであれば図16のようになる。

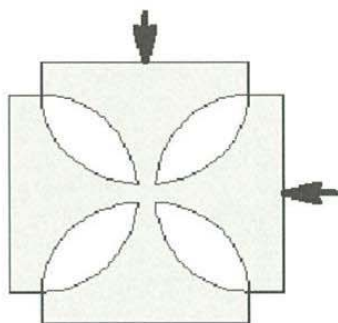


図15 縦横方向からの曲げ応力に強い形状

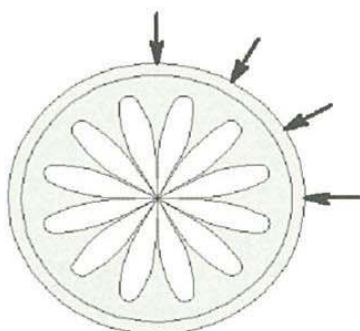


図16 各方向からの曲げ応力に強い形状

また、縦方向の曲げ応力に強い形状を多く並べると図17のような形になる。

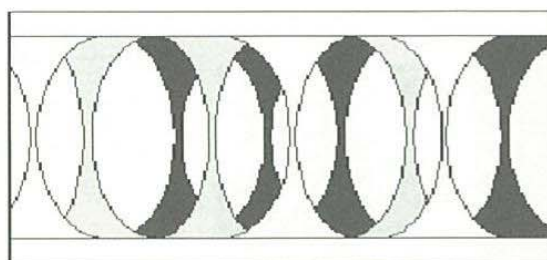


図17 縦方向からの曲げ応力に強い形状を並べたもの

図17の形を見ると、図18のような骨の内部によく似ているように思われる。

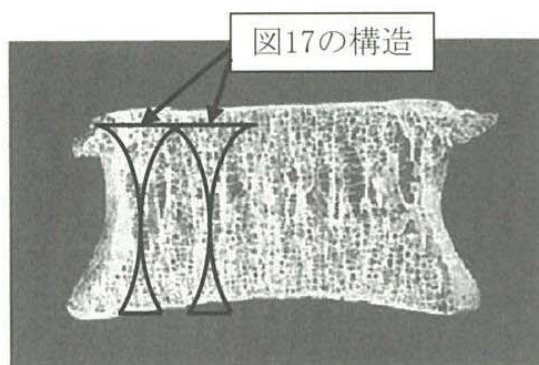


図18 人体の骨断面図 (20代)⁽²⁾



図19 人体の骨断面図 (80代) 骨粗鬆症⁽²⁾

この骨を全体的に見ると、骨の中心の方は密度が低く外側にいくにつれて密度が高くなっているように観察される。図18は20代の人骨であり、図19は骨粗鬆症の80代の人骨である。二つを比較すると、80代の人骨は中心の方の密度も低いのであるが、外側の骨密度がより低い事がうかがえる。また図18を拡大したものが図20である。黒い枠で区切った部分も図17に似ており、この形状でのフラクタル構造をしているように思われる。

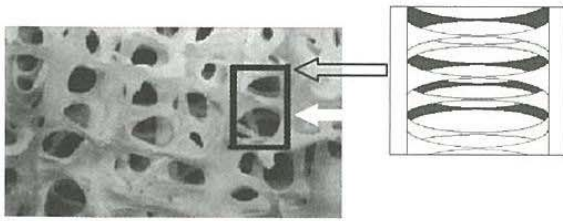


図20 図18骨中心部の拡大図

7. 結 言

今回GAを用いて、曲げ応力に強い断面形状の検討を行った。その結果、曲げ応力に強いという条件に加え、軽いという相反する条件を、その比率を変えながら満たしてゆくためには、中立軸付近から面積を削ってゆくことが1つの方法と思われた。また、その時は曲げ応力分布を考慮しつつ、ウェブ形状をより詳細に決めてゆくことが大切である。得られた形状を検討した結果、人体の骨構造の細部に近いものを見ることができた。このような構造は、パンクレストイヤにも適用されているように思われる⁽³⁾。

断面がH型のものは、軽さを追求した点で優れた材料であることが確かめられた。しかし、限られた断面積内でより軽さが必要な場合は、今回の方法を用いることでより有効な断面形状を簡単に算出することが可能であると思われる。

参考文献

- (1) 北野宏明,「遺伝的アルゴリズム」, 1993, 産業図書。
- (2) E.Mosekilde, "Springer Series in Synergetics, Springerverlig", p186, 1995.
- (3) http://www.michelin.co.jp/media_center/news/products/090219.html.