

物体まわりの水面波の構造

種子田定俊*

Structure of the water waves around a body

Sadatoshi TANEDA

Synopsis

The structure of the water waves around a circular cylinder is determined using flow visualization techniques at $10^2 < R < 10^5$, $0.7 < F < 6$ and $1 < W < 10^3$, where R is the Reynolds number, F the Froude number and W the Weber number. The wavelength λ of capillary waves before the cylinder increases as the cylinder diameter d is increased. The value of λ/d is the function of W . The distance ξ between the line of hydraulic jump and the cylinder surface increases as d is increased. There are functional relations $\xi/d = 5.0 W^{-1/2}$ at $1 < W < 20$ and $\xi/d = 1$ at $20 < W < 10^3$.

1. はじめに

水面を進行する物体のまわりには、物体の速度が23 cm/s より大きいとき、物体を取り囲む馬蹄形の渦巻(首飾り渦)が形成される^{1), 2)}。首飾り渦の発生原因は物体の近傍で起こる跳水現象であり、23 cm/s は水面波が発生するための最低速度である。跳水によって形成される水面波の形状は空気中を超音速で進行する物体の近傍で発生する衝撃波に非常によく似ている。物体のまわりには跳水波のほか、表面張力波並びに重力波が形成される³⁾。

物体のまわりの水面波の理論的解析は、Navier-Stokes の運動方程式の非線形性に加え、水面における境界条件の非線形性によりきわめて困難であり、現在において可能な研究手段は実験または数値実験のみである⁴⁾。物体まわりの水面波を支配する主な無次元量は Reynolds 数 (R)、Weber 数 (W)、及び Froude 数 (F) である。ここに、 $R = Ud/\nu$ 、 $W = \rho U^2 d/T$ 、そして $F = U/\sqrt{gd}$ (U は物体の進行速度、 d は物体の代表的長さ、 ν は水の動粘性係数、 ρ は水の密度、 T は水の表面張力、そして g は重力の加速度) である。

Fig. 1 は粘性を無視 ($\nu=0$) し、物体の大きさが無限に小さい ($d=0$) として理論計算された $U=30\text{cm/s}$ にお

ける水面波の形状を示す。また、Fig. 2 は粘性と表面張力を無視 ($\nu=0$, $T=0$)、物体の大きさが無限に小さい ($d=0$) として理論計算を行った結果を示す。この場合の水面波は半頂角 $19^\circ 28'$ のくさび形の領域の内部にのみ存在する。しかし、実際の水面波は粘性、表面張力、及び物体の形状の影響をうけるので理論計算は現在までのところ不可能である。Fig. 3 は鉛直な円柱が水平方向に一定速

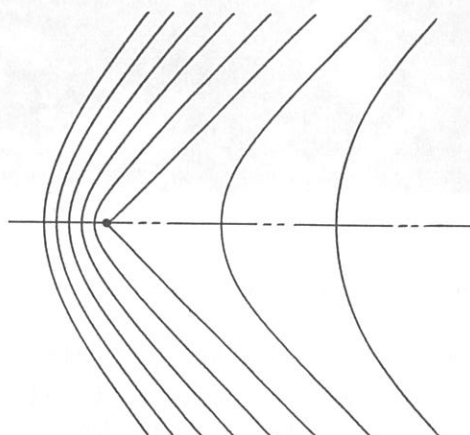


Fig. 1 Water waves around a very small body at $U=30\text{cm/s}$.

* 教養部

平成5年9月21日受理

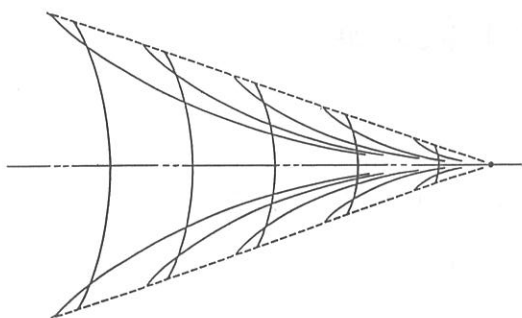
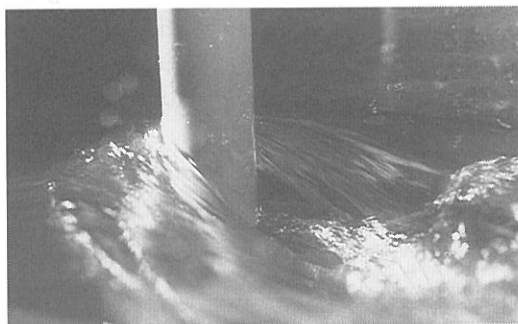


Fig. 2 Gravity waves behind a very small body.



(a) $d=1\text{cm}$, $U=50\text{cm/s}$ ($R=3.9 \times 10^3$, $F=1.60$, $W=34$)



(b) $d=5\text{cm}$, $U=86\text{cm/s}$ ($R=3.3 \times 10^4$, $F=1.23$, $W=507$)

Fig. 3 Water waves around a circular cylinder.

度で進行するときの水面波の実例を示す。注目されるのは、円柱を取り囲むように大きな跳水波が形成されていることである。Fig. 4は跳水波と水面流の関係(上)、及び流れの中央鉛直断面(下)の略図を示す。しかし、過去に行われた実験はきわめて数が少なく、水面波の構造の詳細は不明のまま残されている。また、数値実験に関してもいくつかの試みが行われているが、解の精度に問題が

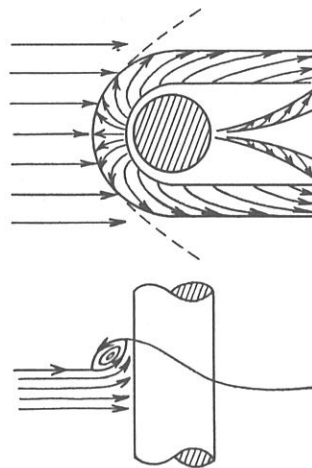


Fig. 4 Sketch of necklace vortex.

あり、まだ実用的段階には達していないように思われる。

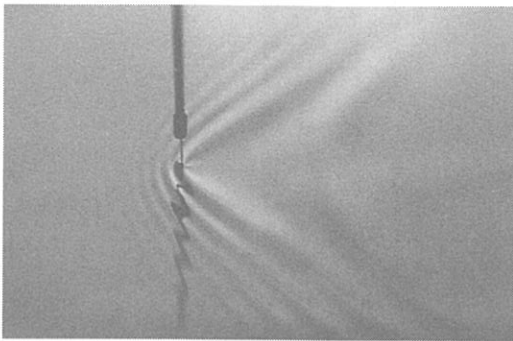
本研究の目的は、未だなぞに包まれている物体まわりの水面波の構造を、 $10^2 < R < 10^5$, $0.7 < F < 6$, そして $1 < W < 10^3$ の範囲で実験的に明らかにすることである。

2. 実験方法

実験は幅40 cm, 深さ40 cm, 長さ10 mの開水路ならびに幅30 cm, 深さ36 cm, 長さ60 cmの静水槽を使用して行われた。試験物体としては鉛直に置かれた円柱が使用された。円柱の直径 d は0.05, 0.07, 0.13, 0.18, 0.29, 0.60, 0.90, 1.0, 1.1, 1.5, 2.0, 5.0 cmの12通り, 円柱の速度 U は20–86 cm/sの範囲で変化させた。水路実験の水の表面張力は73 dyn/cm, 水槽実験の水の表面張力は40 dyn/cmである。水面波の撮影には照明用光源として300 Wのスライドプロジェクターが使用された。カメラのレンズは焦点距離105 mm, f2.8, フィルムの感度はASA 1600, 露出時間は1/2000秒である。

3. 実験結果

Fig. 5は一定速度における水面波の円柱直径 d による変化の例を示す。速度は約28 cm/s, 表面張力は約40 dyn/cmである。写真から分かるように, $d=0.050\text{ cm}$ の場合には水面波の構造はFig. 1に非常によく似ている。しかし d が0.18 cmより大きい場合には, 水面波の構造はFig. 1と一致しない。 $d=0.18\text{ cm}$ の場合にはFig. 1との差は小さいが, d が大きくなるにつれて, 首飾り渦(跳水波)が急速に発達する。注目すべきことは円柱の後方に



(a) $d=0.05\text{cm}$, $U=29\text{cm/s}$ ($R=145$, $F=4.14$, $W=1.05$)



(d) $d=0.60\text{cm}$, $U=28\text{cm/s}$ ($R=1.3 \times 10^3$, $F=1.14$, $W=11.4$)



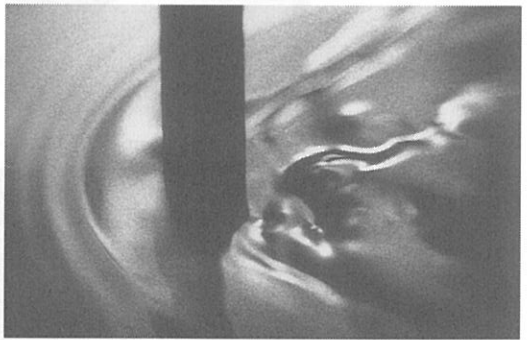
(b) $d=0.18\text{cm}$, $U=28\text{cm/s}$ ($R=430$, $F=2.08$, $W=3.43$)



(e) $d=1.1\text{cm}$, $U=28\text{cm/s}$ ($R=2.3 \times 10^3$, $F=0.84$, $W=21.0$)



(c) $d=0.29\text{cm}$, $U=28\text{cm/s}$ ($R=696$, $F=1.64$, $W=5.52$)



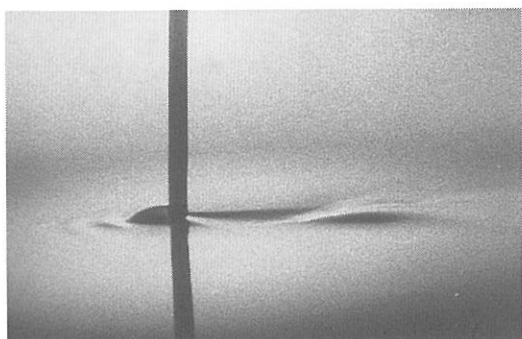
(f) $d=1.5\text{cm}$, $U=28\text{cm/s}$ ($R=3.6 \times 10^3$, $F=0.72$, $W=28.6$)

Fig. 5 Variation of water waves with cylinder diameter.

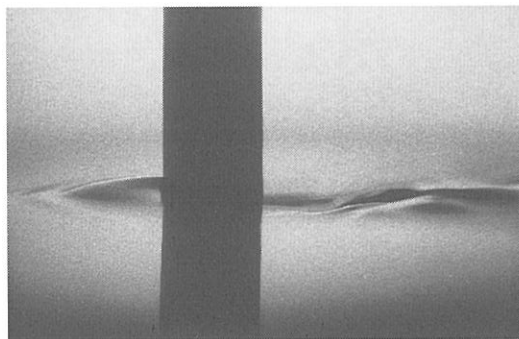
も跳水波が発生することである。なお, $d > 0.6\text{cm}$ では円柱後方の水面に乱れが現われる。

Fig. 6は $d = 0.29\text{cm}$, 1.5cm の場合の円柱前方における水面の隆起の形状を示す。この写真から明らかなように, 速度が同じとき, 跳水波と円柱前端との距離は円柱直径が大きいほど大きい。

Fig. 7は $d = 1.10\text{cm}$ の円柱が $U = 40.2\text{cm/s}$ 及び 50.2cm/s で進行する場合の水面波を示す。(a)は $U = 40.2\text{cm/s}$ ($R = 3.4 \times 10^3$, $F = 1.23$, $W = 44.5$)の場合であるが, 興味深いことは円柱前方の跳水波が3本存在することである。一番外側の跳水波は円柱を大きく取り囲んで円柱の後方まで延びているのに対して, 内側の2本の



(a) $d=0.29\text{cm}$, $U=28\text{cm/s}$ ($R=6.2 \times 10^2$, $F=1.64$, $W=5.52$)



(b) $d=1.5\text{cm}$, $U=28\text{cm/s}$ ($R=3.2 \times 10^3$, $F=0.72$, $W=28.6$)

Fig. 6 Variation of ξ with cylinder diameter.



(a) $d=1.1\text{cm}$, $U=40\text{cm/s}$ ($R=3.4 \times 10^3$, $F=1.23$, $W=44.5$)



(b) $d=1.1\text{cm}$, $U=50\text{cm/s}$ ($R=4.3 \times 10^3$, $F=1.53$, $W=69.3$)

Fig. 7 Multiple hydraulic jumps before a circular cylinder.

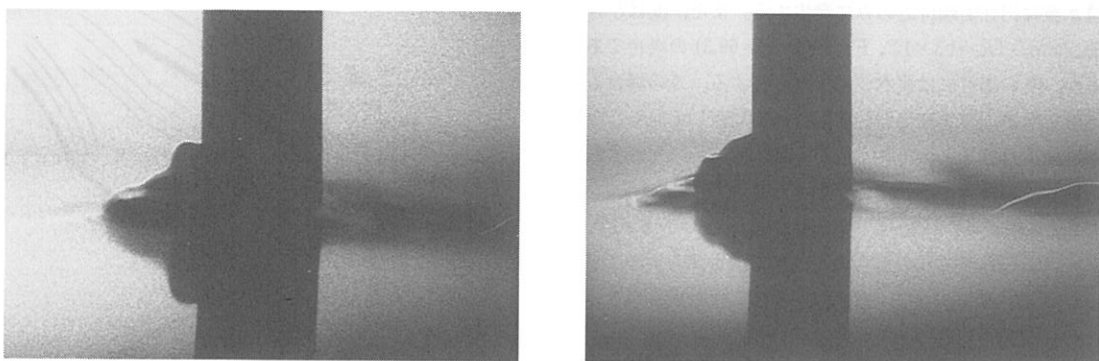
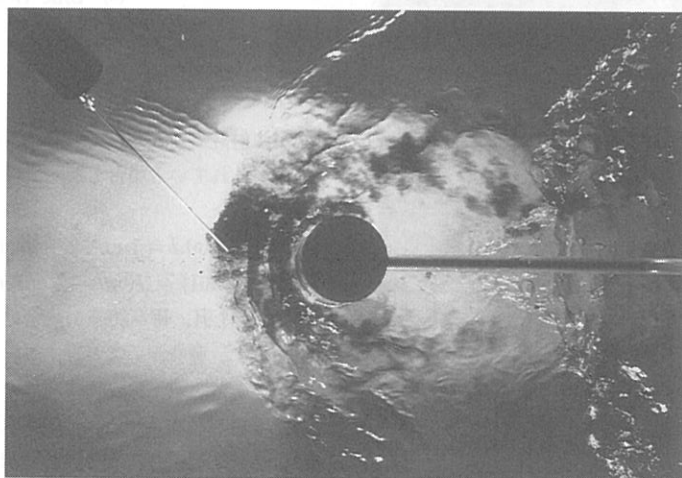


Fig. 8 Silhouettes of water waves before a circular cylinder at $d=1.5\text{cm}$ and $U=50\text{cm/s}$.



(a) $d=1.5\text{cm}$, $U=55\text{cm/s}$ ($R=9.4\times 10^3$, $F=1.43$, $W=64.8$)



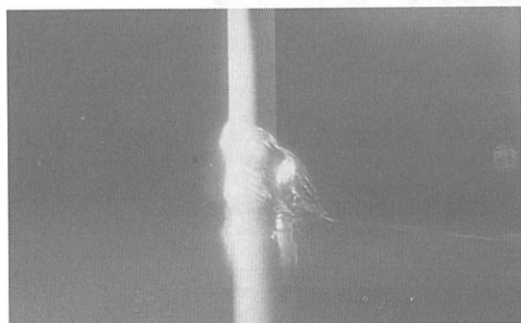
(b) $d=5.0\text{cm}$, $U=75\text{cm/s}$ ($R=4.2\times 10^4$, $F=1.07$, $W=385$)

Fig. 9 Turbulent water waves before a circular cylinder.

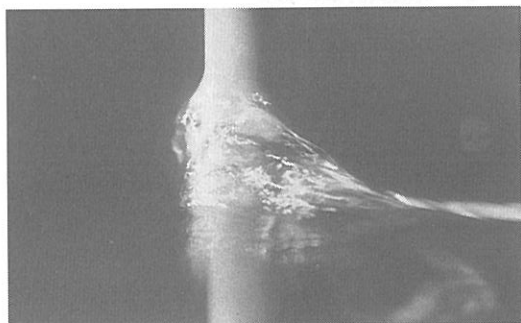
跳水波は円柱前端付近のみに発生する。また、(b)は $U = 50.2 \text{ cm/s}$ ($R=4.3 \times 10^3$, $F=1.53$, $W=69.3$) の場合であるが、この場合には跳水波は4本存在する。この場合も内側の3本の跳水波は円柱前端付近に局在している。なお注意すべきことは、跳水波が多数本の場合、それぞれの跳水波の位置が不安定に変動することである。

Fig. 8は $d = 1.5 \text{ cm/s}$, $U = 50.2 \text{ cm/s}$ ($R=5.8 \times 10^3$, $F=1.31$, $W=94.5$) の場合の円柱前方跳水波のシルエットを示す。このように、跳水波が多数本から成る場合、その形状は不安定である。

Fig. 9は $d = 1.5 \text{ cm}$, $U = 55 \text{ cm/s}$ ($R=9.4 \times 10^3$, $F=1.43$, $W=64.8$) 及び $d = 5.0 \text{ cm}$, $U = 75 \text{ cm/s}$ ($R=4.2 \times 10^4$, $F=1.07$, $W=385$) の場合を示す。写真から分かるように、跳水波によって隆起した水面部分は強く乱れている。本実験の結果から判断して、円柱前方の水面に乱れが発生する発件は $R > 2.3 \times 10^3$ 且つ $F^{0.5} \cdot W^{0.25} > 2.8$ であるように思われる。なお、9(b)は跳水波前方の水面隆起部分の構造を詳しく調べるため、その部分に黒イン

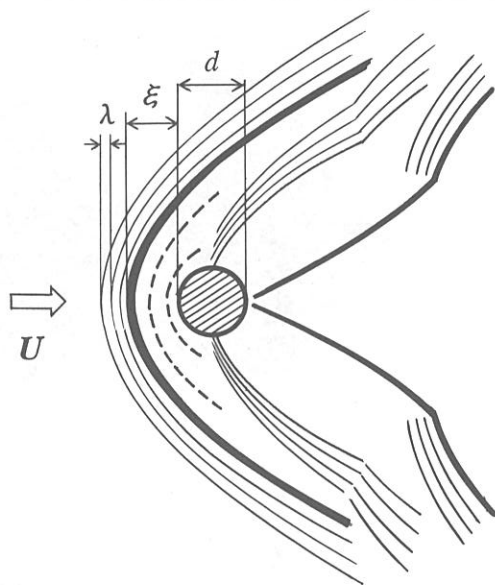


(a) $d = 1.0 \text{ cm}$, $U = 86 \text{ cm/s}$ ($R=6.6 \times 10^3$, $F=2.75$, $W=101$)

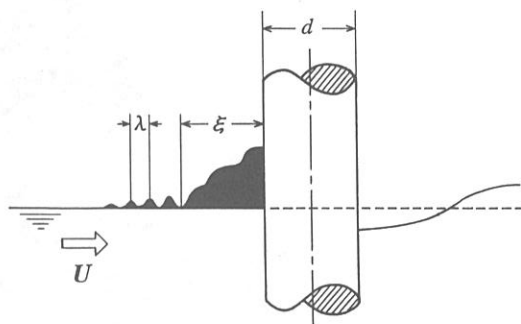


(b) $d = 2.0 \text{ cm}$, $U = 86 \text{ cm/s}$ ($R=1.3 \times 10^4$, $F=1.94$, $W=203$)

Fig. 10 Water film type waves.



(a) Bird's-eye view



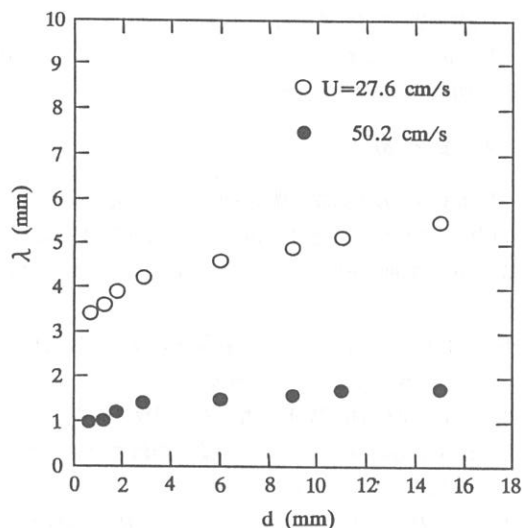
(b) Side view

Fig. 11 Sketches of water waves around a circular cylinder.

クが注射針で注入されている。この写真から、水面隆起部分が乱れている場合も跳水波は多数本から成ることが分かる。

Fig. 10は(a) $d = 1 \text{ cm}$, $U = 86 \text{ cm/s}$ ($R=6.6 \times 10^3$, $F=2.75$, $W=101$) 及び(b) $d = 2 \text{ cm}$, $U = 86 \text{ cm/s}$ ($R=1.3 \times 10^4$, $F=1.94$, $W=203$) の場合の円柱近傍の水面波の形状を示す。興味深いことは、離脱跳水波が消失していることである。水面流が円柱前面を水膜状に這い上り、付着跳水波が形成される。付着跳水波が発生するための条件は $R > 4 \times 10^3$, $F > 1.7$, $W > 34$ であるように思われる。

Fig. 11は離脱跳水波が発生している場合の水面波の

Fig. 12 Variation of λ with d .

略図である。図中、 λ は離脱跳水波の前方に並ぶ表面張力波の波長、 ξ は離脱跳水波と円柱前端の距離を示す。

Fig. 12は速度 U を一定にして円柱直径 d を変化させたときの λ の測定例を示す。図から分かるように、 d が大きくなるにつれて λ は増大する。これに対して円柱を

点($d=0$)として計算した λ の理論値は、 $U=27.6$ cm/sの場合3.3 mm、 $U=50.2$ cm/sの場合1.0 mmである。これらの理論値は $d=0.5$ mmの実験値とよく一致する。

Fig. 13は λ/d と W (Weber数) の関係を示す。本実験で得られたすべての測定値がほぼ一本の直線に乗っていることが分かる。このことは λ/d がほとんど W の値のみで決まることを意味する。

Fig. 14は U を一定にして d を変化させたときの ξ の測定例を示す。図から分かるように、 d が大きくなるにつれて ξ の値は増大する。注目すべきことは、 $U=27.6$ cm/sの場合には ξ は $d^{1/2}$ に比例するが、 $U=50.2$ cm/sの場合は ξ は d に比例することである。

Fig. 15は ξ/d の測定値をFroude数に対してプロットしたものである。測定値は大幅に散らばり、 ξ/d はFroude数のみでは決まらないことが分かる。

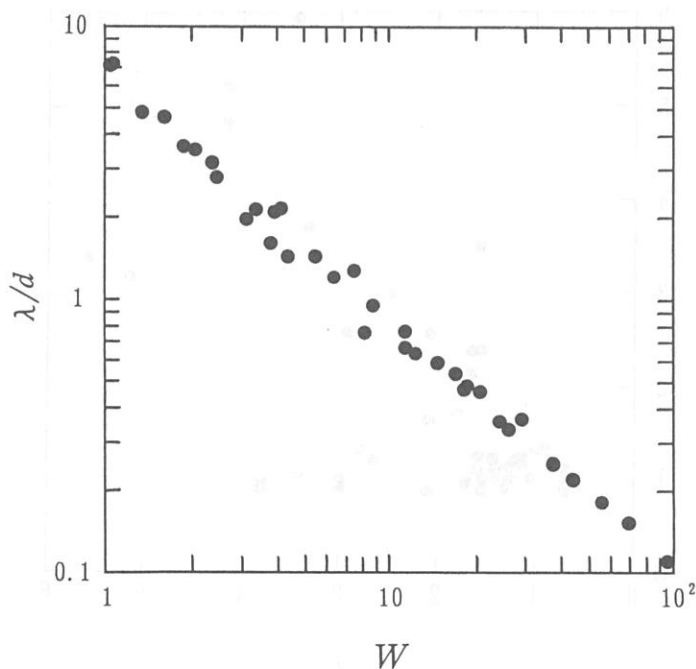
Fig. 16は ξ/d とReynolds数の関係を示す。測定値の散らばりはかなり大きい、実験式

$$10^2 < R < 2 \times 10^3 \text{ において } \xi/d = 10^2 \times R^{-0.6}, \quad (1)$$

$$2 \times 10^3 < R < 5 \times 10^4 \text{ において } \xi/d = 1.0 \quad (2)$$

が近似的に成立する。

Fig. 17は ξ/d とWeber数の関係を示す。測定値の散らばりはFig. 16と大体同じ程度である。図から、

Fig. 13 Variation of λ/d with W .

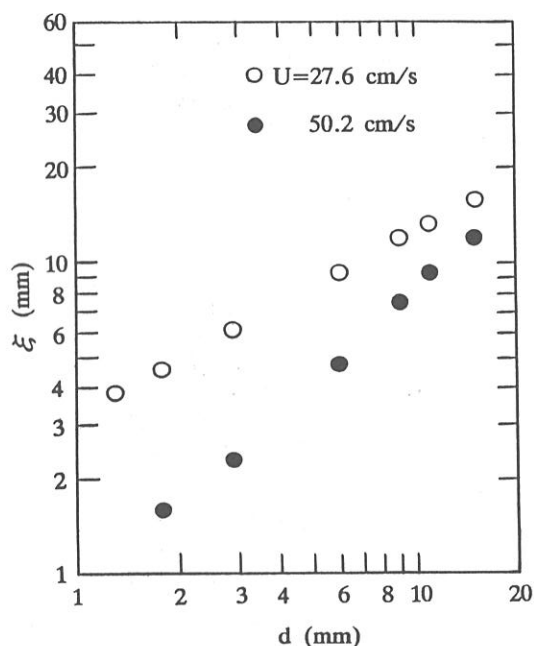


Fig. 14 Variation of ξ with d .

$$1 < W < 20 \text{ において } \xi/d = 5.0 W^{-0.5}, \quad (3)$$

$$20 < W < 10^3 \text{ において } \xi/d = 1.0 \quad (4)$$

が近似的に成立することが分かる。

4. ま と め

物体まわりの水面波の構造を明らかにするため、鉛直な円柱のまわりの水面波を $10^2 < R < 10^5$, $0.7 < F < 6$, $1 < W < 10^3$ の範囲で観察した。主な結果は次のとおりである。

- (1) 円柱前方に発生する表面張力波の波長 λ は円柱直径 d が大きくなるにつれて増大する。
- (2) λ/d は近似的に Weber 数のみの関数である。
- (3) 円柱前方の跳水波と円柱前端の距離 ξ は d が大きくなるにつれて増大する。
- (4) $10^2 < R < 2 \times 10^3$ のとき, $\xi/d = 10^2 \times R^{-0.6}$ が成り立つ。
- (5) $2 \times 10^3 < R < 5 \times 10^4$ のとき, $\xi/d = 1$ が成り立つ。
- (6) $1 < W < 20$ のとき, $\xi/d = 5.0 \times W^{-0.5}$ が成り立つ。
- (7) $20 < W < 10^3$ のとき, $\xi/d = 1.0$ が成り立つ。
- (8) 円柱前方の水面隆起部分に乱れが発生するのは $R > 2.3 \times 10^3$, $F^{1/2} \cdot W^{1/4} > 2.8$ のときである。
- (9) 円柱前方の跳水波は一般に多数本から成る。

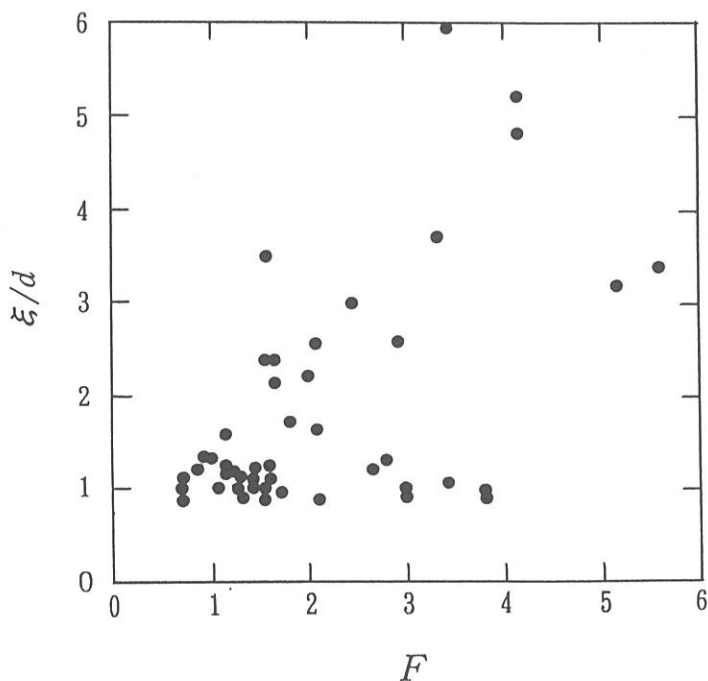
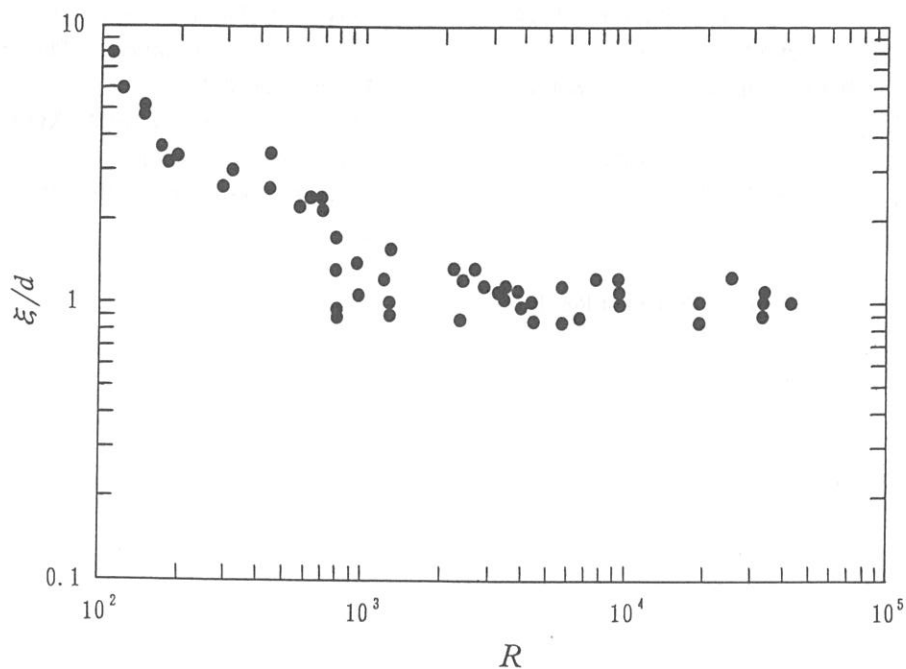
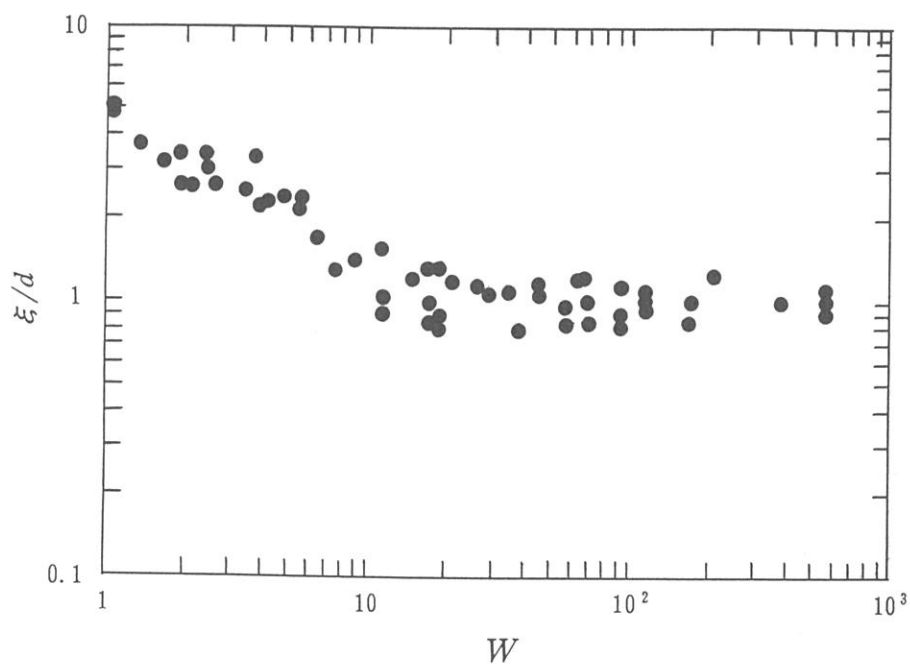


Fig. 15 Variation of ξ/d with F .

Fig. 16 Variation of ξ/d with R .Fig. 17 Variation of ξ/d with W .

- (10) $R > 4 \times 10^3$, $F > 1.7$, $W > 34$ のとき, 円柱前方の離脱跳水波が消えて付着跳水波が現われる。
- (11) 円柱後方にも跳水波が発生し, その前方に表面張力波が並ぶ。
- (12) 円柱後方は跳水波, 表面張力波, 重力波, 後流が重なり合って, 極めて複雑な波の場を形成する。

参考文献

- 1) Taneda, S. & Amamoto, H., Bulletin of Res. Inst. Appl. Mech., Kyushu Univ. No. 31 (1969) 17-28.
 - 2) Taneda, S., Necklace Vortices, J. Phys. Soc. Jpn. Vol. 36 (1974) 298-303.
 - 3) 種子田定俊, 円柱まわりの水面波, 久留米工業大学研究報告, 第16号, (1992) 61-68.
 - 4) 日本流体力学会編, 流体における波動 (朝倉書店, 1989).
- 1) Taneda, S. & Amamoto, H., Bulletin of Res. Inst.